

Extreme Abstimmungsergebnisse bei den Bundestagswahlen Thüringen 2021

Wolfgang M. Hartmann

All Rights Reserved

Reproduction, translation, or transmission of any part of this work
without the written permission of the owner is unlawful.

December 21, 2021

Contents

1	Allgemeine Bemerkungen	3
2	Korrelation von Wahlbeteiligung und Stimmenanteil	6
3	Eindimensionale Ausreisseranalyse	16
3.1	Analyse der Ausreisser-Kreise	16
3.1.1	CDU	16
3.1.2	AfD	16
3.1.3	Die Linke	16
3.1.4	SPD	17
3.1.5	FDP	17
3.1.6	Grüne	17
3.1.7	Sonstige	18
3.1.8	Histogramm	18
3.2	Analyse der Bezirksdaten	19
3.2.1	Obere Ausreisser in Bezug auf alle Bezirke	19
3.2.2	Histogramm	20
3.3	Ausreisser nach unten	20
3.4	Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate	22
4	Mehrdimensionale Ausreisseranalyse	25
4.1	Analyse der Kreisdaten mit MCD	25
4.2	Bezirks-Ausreisser innerhalb der Kreise-Ausreisser	25
4.3	Analyse der Bezirksdaten mit MCD	25
4.4	Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate	27

5	MDS und Korrespondenzanalysen	27
6	Zusammenfassung	33
7	Anhang	36
	Literatur	37

List of Figures

1	Wahlbeteiligung (y) vs. CDU (x)	9
2	Wahlbeteiligung (y) vs. AfD (x)	10
3	Wahlbeteiligung (y) vs. Linke (x)	11
4	Wahlbeteiligung (y) vs. SPD (x)	12
5	Wahlbeteiligung (y) vs. FDP (x)	13
6	Wahlbeteiligung (y) vs. Grüne (x)	14
7	Wahlbeteiligung (y) vs. Sonstige (x)	15
8	KYST MDS der 8 Wahlkreise	29
9	CA der 8 Wahlkreise	30
10	CA der 8 Wahlkreise: Parteien	31
11	CA der 2972 Wahlbezirke: Parteien	32

1 Allgemeine Bemerkungen

Die Wahl zum 20. deutschen Bundestag fand am 26. September 2021 statt. Hier analysieren wir nur die Resultate für den Staat Thüringen. Die Daten der Wahlresultate wurden vom Statistischen Landesamt in Erfurt erhalten. Die Daten der Zweitstimmen für 8 Wahlkreise und 2984 Wahlbezirke, wovon 532 Briefwahlbezirke sind, wurden vom Statistischen Landesamt in Erfurt erhalten. Obwohl die Daten die Abstimmungsergebnisse für sehr viel mehr Parteien enthalten, haben wir uns hier auf die Resultate der Parteien CDU, AfD, Linke, SPD, FDP, Grüne und Sonstige konzentriert, wobei bei einigen (insbesondere den multivariaten) Analysen die "Sonstige" Partei aufgrund ihrer heterogenen Zusammensetzung nicht mit berücksichtigt wurde.

Folgende Methoden zur Aufdeckung eindimensionaler Ausreisser wurden angewendet:

- Tukey Methode zum Testen der Interquartile Range (Tukey, 1977b),
- Grubbs (1969) Test, der auch in R enthalten ist,
- Thompson (1985) τ Test, der auch in Matlab enthalten ist,
- Dixon Q Test (Dixon, 1950; Rohrabacher, 1991; McBane, 2006), der in CMAT ähnlich von dem in R implementiert ist.

Wenn die Daten einer Messreihe sortiert sind, kann jeder der beiden Extremwerte, der Kleinste oder der Grösste als Ausreisser identifiziert werden. Die Verfahren hier unterscheiden sich nicht darin, welche Werte potentielle Ausreisser sind, sondern ob einer davon als Ausreisser oder als normaler Messwert anerkannt wird. Die eindimensionalen Methoden wurden um eine Option erweitert, die es erlaubt, dass zwar schrittweise alle, d.h. die unteren und oberen Ausreisser gefunden werden, aber nur die oberen davon berichtet werden. Für unsere Untersuchungen war bisher die Kenntnis der unteren Ausreisser nicht sehr bedeutsam.

Das Verfahren wird in der Regel schrittweise angewandt. Falls einer der beiden Extremwerte als ein Ausreisser erkannt wird, kann er von der Messreihe eliminiert werden und der reduzierte Datensatz kann wieder auf Ausreissereigenschaft getestet werden. Das Verfahren von Dixon erlaubt es, auch Gruppen von Messwerten auf eine gruppenweise Ausreisser-Eigenschaft zu testen.

Zwei Verfahren von P. Rousseeuw (Rousseeuw & Leroy, 1987) wurden für die mehrdimensionale Aufdeckung von Ausreissern verwendet:

MCD "Minimum Covariance Determinant" (ähnlich zu MVE, "Minimum Volume Ellipsoid")

LTS "Least Trimmed Squares" Regression (ähnlich zu LMS, "Least Median Squares" Regression)

Die Entscheidung wird hier aufgrund der Grösse des Wertes einer "robusten Distanz" getroffen, die eine Modifikation der sonst bekannteren Mahalanobis Distanz ist.

Die Motivation für die Arbeit kam im wesentlichen aus dem Unverständnis, wie die Population eines Landes, die sich selber als besonders smart betrachtet, eine Partei wie die Grünen in derart hohen Prozentsätzen wählen kann.

Wie immer bei solchen statistischen Analysen kann ein wirklicher Wahlbetrug natürlich nicht mit statistischen Methoden nachgewiesen werden, aber die Methoden können doch Hinweise darauf geben, wo und in welchem Masse die extremsten Wahlergebnisse erzielt wurden.

Die folgenden Briefwahlbezirke ohne gültige Erst- und Zweitstimmen wurden aus der Analyse entfernt:

- 22 : LW_1_Dieterode_1
- 213 : LW_1_Nordh_35_OT_Hochstedt_35
- 232 : LW_1_Hohenstein_7_OT_Obersachswerfen_7
- 267 : LW_1_Etzelsrode_7
- 272 : LW_1_Moerbach_12
- 341 : LW_1_SDH_Straussberg_21
- 472 : LW_2_Gerstengrund_1
- 1065 : LW_3_OT_Maina_15
- 1086 : LW_3_Nirmsdorf_7
- 1100 : LW_3_Weiden_8
- 1951 : LW_6_Wuenschendorf_03_Schulungraum_FFW_Zossen_3
- 2733 : LW_8_Wasungen_Bonndorf_4

D.h. die Anzahl der Wahlbezirke wurde von 2984 auf 2972 verringert.

Im folgenden eine Tabelle mit ein paar für die Wahl globalen Kennziffern:

Anzahl der Wahlbezirke	2972
Anzahl Briefwahlbezirke	532
Anzahl Wahlkreise	8
Anzahl Wahlberechtigte.	1707726
Anzahl Stimmen Briefwahl	414752
Anzahl Stimmen Wahllokal	864968
Wahlbeteiligung in Prozent.	74.9 %
Anzahl Gueltige ErstStimmen	1263081
Anzahl Ungueltige ErstStimmen	16639
Anzahl Gueltige ZweitStimmen.	1264911
Anzahl Ungueltige ZweitStimmen.	14809

Eine grössere Tabelle, die für alle 8 Wahlkreise die folgenden Informationen enthält:

1. die Anzahl der im Kreis enthaltenen Bezirke,
2. die Anzahl der Wahlberechtigten,
3. die Anzahl der gültigen Stimmen,

4. die Anzahl der ungültigen Stimmen,
5. die Anzahl der Briefwählerstimmen.

befindet sich im Anhang dieses Dokuments.

Im folgenden hier noch eine Tabelle, die die Summen der letzten Spalten des Datensatzes über alle Wahlbezirke gibt:

	Insgesamt	Percent	LokalW.	BriefW.
N_Wahlber	1707726	100.00	1707726	.
Anz_Waehler	1279720	74.94	864968	414752

TH 2021: Anzahl Wahlberechtigte

Die Untergliederung der Wahlberechtigten in A1, A2 und A3 und der Wähler in B1, B2a und B2b war zum Zeitpunkt des Datendownloads noch nicht verfügbar.

Die dritte Spalte der Tabelle enthält Prozente bez. der Anzahl der Wahlberechtigten.

Zweitstimmen				
	Insgesamt		LokalW.	BriefW.
Ungültige	14809	1.16	11811	2998
Gültige	1264911	98.84	853157	411754
CDU	213414	16.68	140255	73159
AfD	303233	23.70	240645	62588
Linke	144693	11.31	89240	55453
SPD	296446	23.16	185209	111237
FDP	114283	8.93	77700	36583
Grüne	83220	6.50	46025	37195
Fr. Wähler	27151	2.12	17533	9618
Die Partei	16013	1.25	10938	5075
NPD	4103	0.32	3240	8630
ÖDP	2456	0.19	1394	1062
Piraten	6291	0.49	4375	1916
V_Partei3	1052	0.1	5800	4720
MLPD	2570	0.20	1679	8910
dieBasis	20189	1.58	14477	5712
MenWelt	3400	0.27	2174	1226
Human	1357	0.11	8770	4800
Tierschutzp	18973	1.48	13073	5900
Todenhoefer	2501	0.20	1502	9990
Volt	3566	0.28	2241	1325
Sonstige	109622	8.57	74083	35539

TH 2021: Zusammengefasste Parteienresultate: Zweitstimmen

Die dritte Spalte der Tabelle enthält Prozente bez. der Anzahl der Wähler.

Erststimmen				
	Insgesamt		LokalW.	BriefW.
Ungültige	16639	1.30	12666	3973
Gültige	1263081	98.70	852302	410779
CDU	264026	20.63	175388	88638
AfD	298971	23.36	236970	62001
Linke	155618	12.16	95723	59895
SPD	299024	23.37	187419	111605
FDP	89008	6.96	60920	28088
Grüne	68185	5.33	37242	30943
Fr. Wähler	31190	2.44	20198	10992
Die Partei	22882	1.79	15242	7640
NPD	0	0	0	0
ÖDP	2715	0.21	1599	1116
Piraten	1313	0.10	9000	4130
V_Partei3	0	0	0	0
MLPD	3875	0.30	2450	1425
dieBasis	19932	1.56	13969	5963
MenWelt	0	0	0	0
Human	0	0	0	0
Tierschutzp	0	0	0	0
Todenhoefer	0	0	0	0
Volt	0	0	0	0
Einzelb1	2144	0.17	1303	8410
Einzelb2	4198	0.33	2979	1219
Sonstige	88249	6.90	58640	29609

TH 2021: Zusammengefasste Parteienresultate: Erststimmen

2 Korrelation von Wahlbeteiligung und Stimmenanteil

Kobak u.a. (2016) untersuchen die Resultate verschiedener russischer Wahlen auf den Verdacht von Parteiunterstützenden ausgefüllten und hinzugefügten Wahlzetteln ("stuffed ballots"). Eine Folge von "stuffed ballots" sind erhöhte Anzahlen der Wahlbeteiligung und zeigen damit eine klar positive Korrelation zwischen der relativen Wahlbeteiligung und der Höhe des Stimmanteils bez. der bevorzugten Partei. Zeichnet man die Bezirke in einem zweidimensionalen scatter plot als Punkte, wobei eine der Dimensionen die relative Grösse der Wahlbeteiligung und die andere Dimension die relativen Stimmanteile der bevorzugten Partei misst, dann sollte darin eine bimodale Verteilung der Punkte entlang einer Geraden mit positivem Anstieg erkennbar sein, der untere Modus mit den sauberen und der obere mit den Bezirken, bei denen evtl. "stuffed ballots" auftreten.

Leider kann die relative Wahlbeteiligung auf Bezirksebene für die Briefwähler nicht festgestellt werden, da die Briefwahlbezirke den Wahllokalen und daher der Anzahl der Wahlberechtigten nicht zugeordnet werden können und daher die Anzahl der Wahlberechtigten für die Briefwahlbezirke aus den Daten nicht ersichtlich ist.

Die folgende Tabelle listet die Pearson Korrelation zwischen relativer Wahlbeteiligung und den Parteistimmen über alle Wahlkreise :

N	Partei	Corr	CI_low	CI_upp
1	Grüne	0.77749 +	0.16106	0.95755
2	Linke	0.77645 +	0.15851	0.95733
3	Sonstige	0.65611	-0.09032	0.93055
4	FDP	0.23752	-0.56106	0.80710
5	SPD	-0.36053	-0.84941	0.46135
6	CDU	-0.55518	-0.90557	0.24557
7	AfD	-0.57956	-0.91184	0.21148

TH 2021: Wahlbeteil. vs. Parteistimmen

Wenn man nur die Korrelationen bez. der Wahlkreise betrachtet, kommt man evtl. zu folgendem Schluss: Das für "stuffed ballots" notwendige (aber nicht hinreichende) Kriterium einer relativ grossen positiven Korrelation ist für Grüne und FDP erfüllt. Obwohl die hohe positive Korrelation zwischen Wahlbeteiligung und Stimmenanteil für die Grünen und die FDP ein Indiz für "stuffed ballots" darstellt, reicht das nicht aus, um Betrug behaupten zu können, denn es kann auch andere, mir aber nicht bekannte Gründe für diese hohe positive Korrelation geben. Offenbar hatten AfD und SPD in solchen Wahlkreisen hohe Stimmanteile, in denen es eine geringe Wahlbeteiligung gab und es ist sehr unwahrscheinlich, dass es "stuffed ballots" zugunsten der AfD bzw. Linken gegeben haben könnte.

Und hier eine Tabelle, die die fünf Wahlkreise mit grösster und geringster Wahlbeteiligung zeigt:

Grösste Wahlbet.	Kreis	Kleinste Wahlbet.	Kreis
77.587	3 Jena_Soem_Weim_Ld_I	73.239	6 Gera_Greiz_Altend_Land
76.443	5 Erf_Weim_Weim_Ld_II	73.546	2 Eisen_Wartbg_Unst_Hain
75.890	7 Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	73.846	1 Eichsfeld_Nordh_Kyffh
74.830	4 Gotha_Ilms_Kreis	74.372	8 Suhl_Schma_Mein_Hild_Son
74.372	8 Suhl_Schma_Mein_Hild_Son	74.830	4 Gotha_Ilms_Kreis

TH 2021: Kreise mit extremer Wahlbeteiligung

Ungewichtet				
	99 Prozent		95 Prozent	
Mittel	Unteres CI	Oberes CI	Unteres CI	Oberes CI
0.7497	0.7357	0.7637	0.7390	0.7603
Gewichtet				
	99 Prozent		95 Prozent	
Mittel	Unteres CI	Oberes CI	Unteres CI	Oberes CI
0.7497	0.7357	0.7637	0.7391	0.7603

TH 2021: Konfidenzintervalle Wahlbeteiligung

Die folgenden sieben Graphen zeigen die Wahlkreise in einem (x, y) plot, wobei x die Höhe der Wahlbeteiligung und y das prozentuale Resultat für die Partei

darstellen. Interessant für "stuffed ballots" sind insbesondere die Wahlkreise in der rechten oberen Ecke des Plots, die sowohl eine hohe Wahlbeteiligung als auch ein gutes Wahlergebnis für die Partei zeigen.

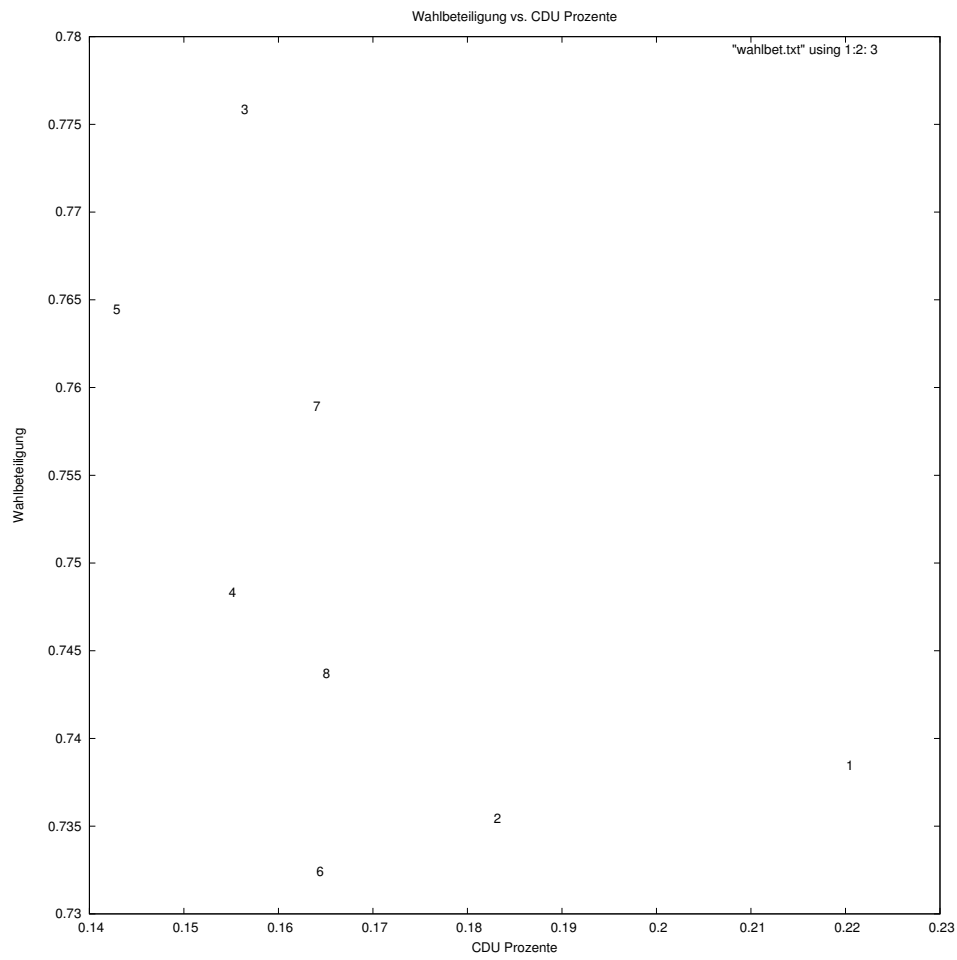


Figure 1: Wahlbeteiligung (y) vs. CDU (x)

Einige Wahlkreise CDU			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
1	Eichsfeld_Nordh_Kyffh	2	Eisen_Wartbg_Unst_Hain

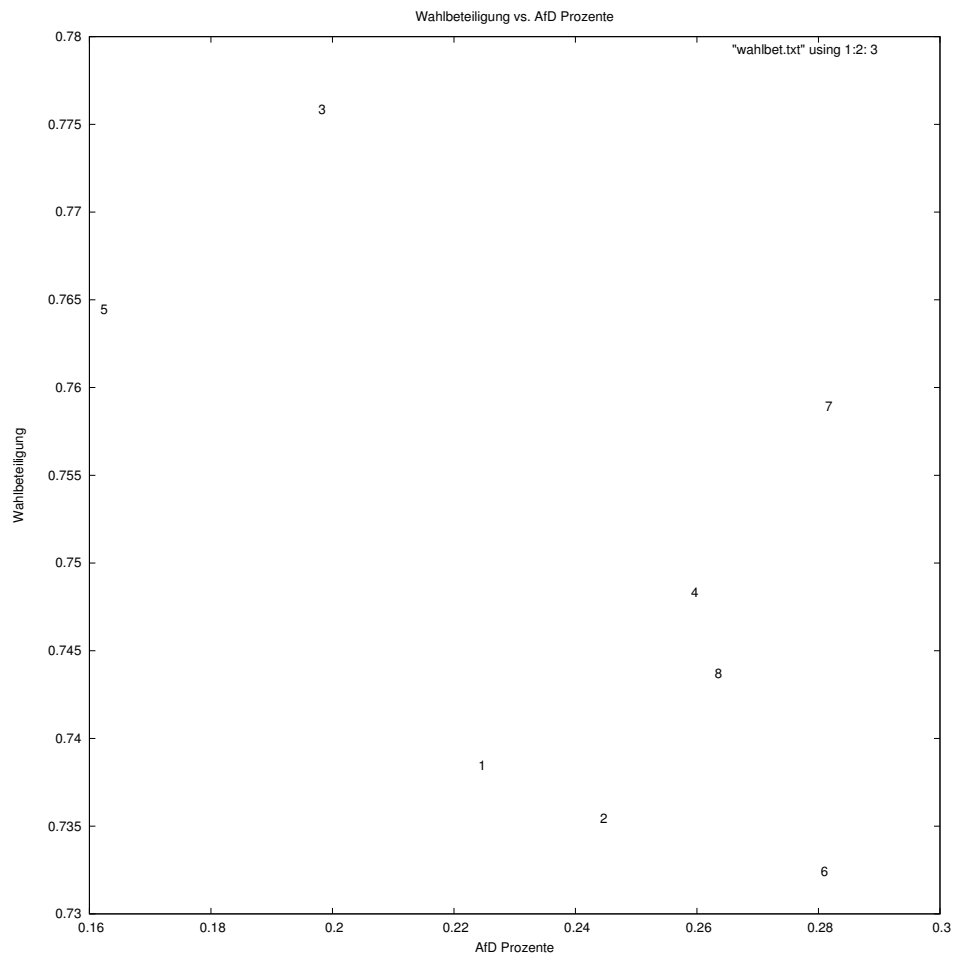


Figure 2: Wahlbeteiligung (y) vs. AfD (x)

Einige Wahlkreise AfD			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
4	Gotha_Ilms_Kreis	7	Saalf_Rudolst_Holzld_Orla

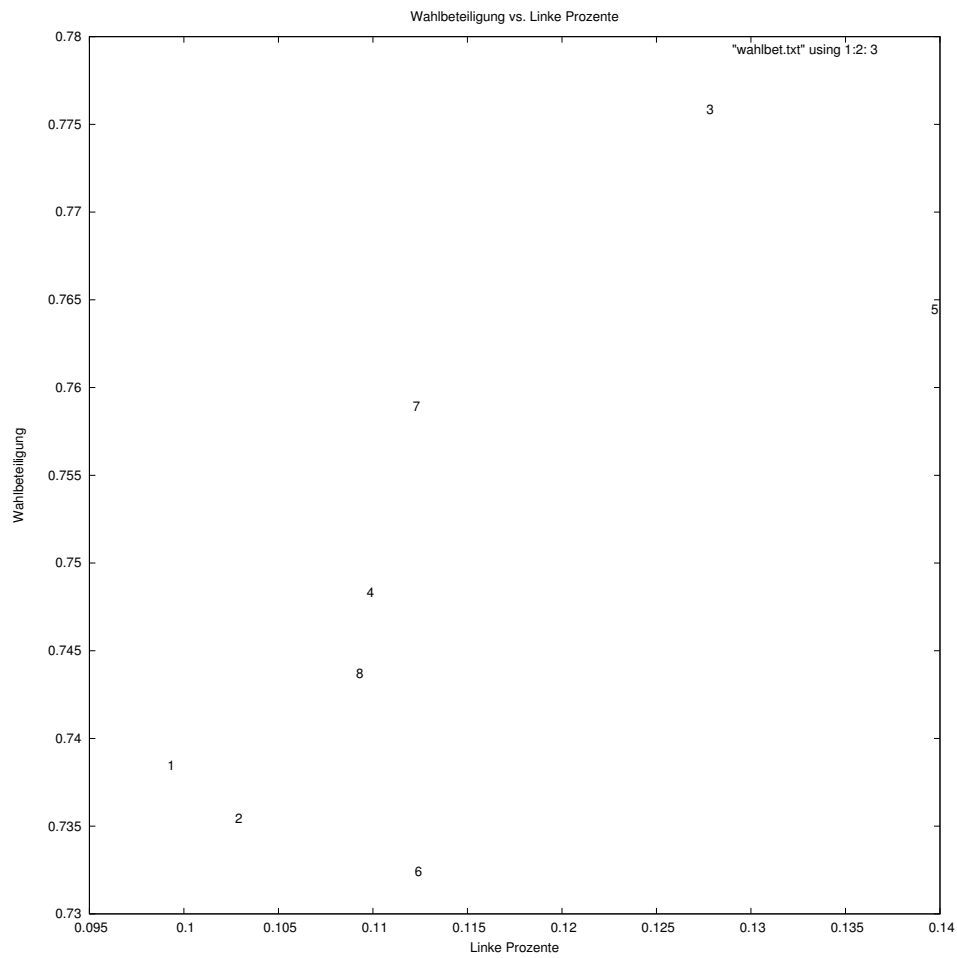


Figure 3: Wahlbeteiligung (y) vs. Linke (x)

Einige Wahlkreise Linke			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
3	Jena_Soem_Weim_Ld_I	5	Erf_Weim_Weim_Ld_II

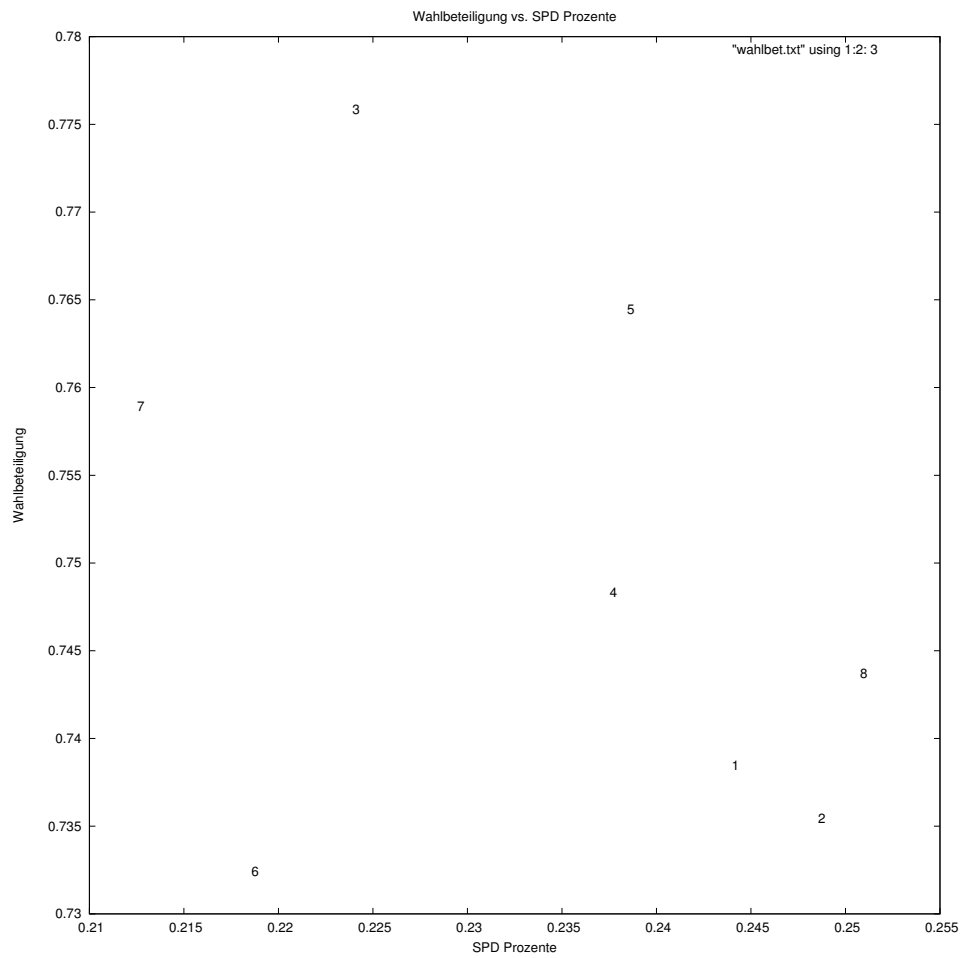


Figure 4: Wahlbeteiligung (y) vs. SPD (x)

Einige Wahlkreise SPD			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
5	Erf_Weim_Weim_Ld_II	4	Gotha_Ilm_Kreis
8	Suhl_Schma_Mein_Hild_Son		

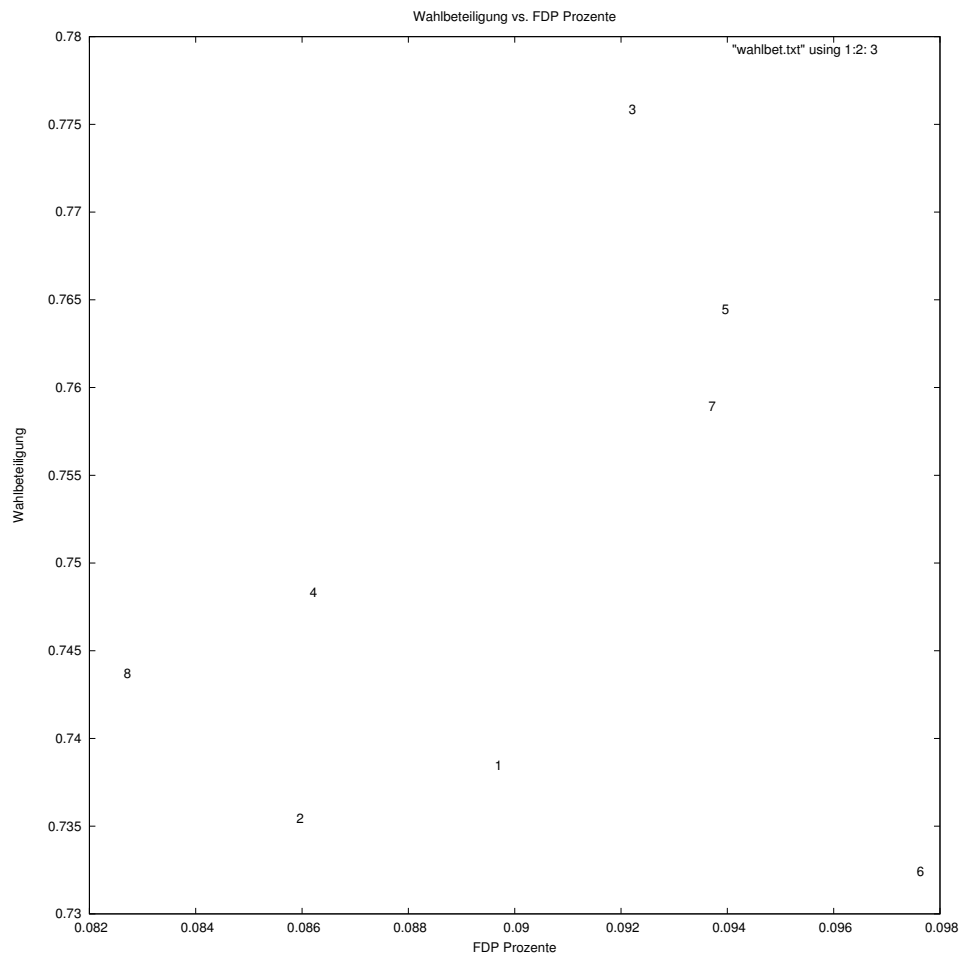


Figure 5: Wahlbeteiligung (y) vs. FDP (x)

Einige Wahlkreise FDP			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
3	Jena_Soem_Weim_Ld_I	5	Erf_Weim_Weim_Ld_II
7	Saalf_Rudolst_Holzld_Orla		

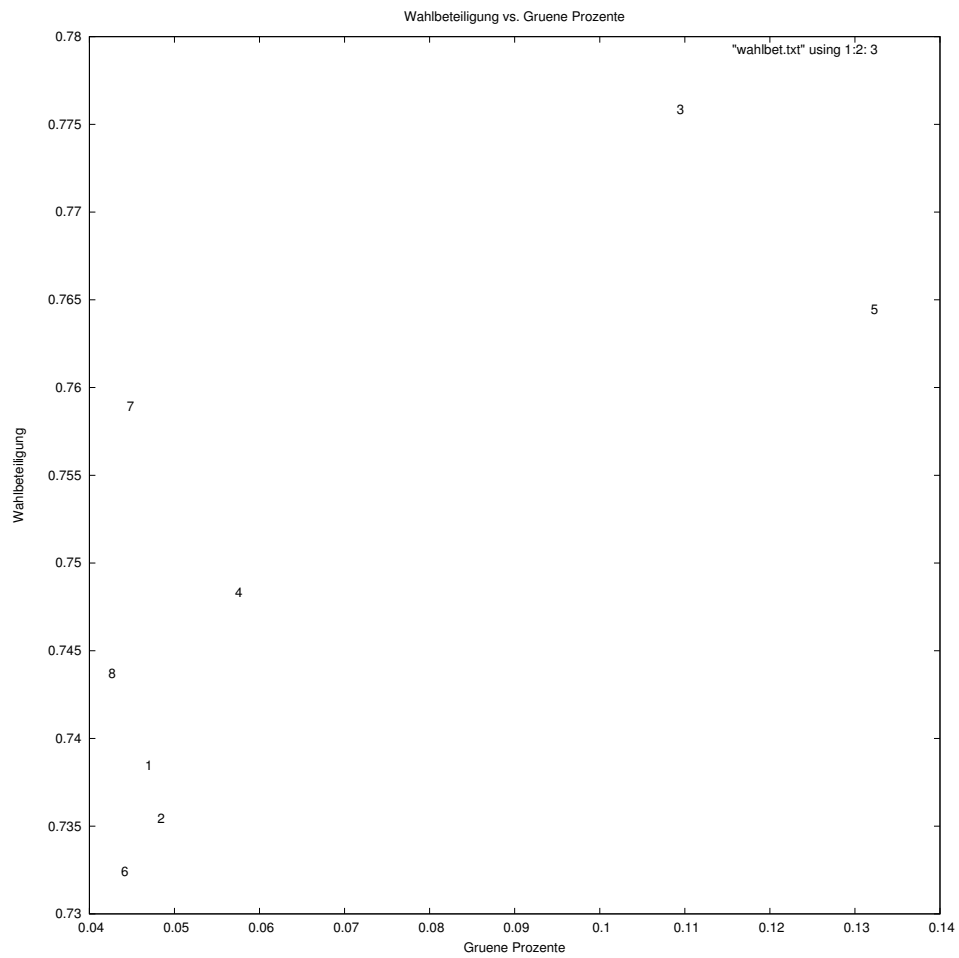


Figure 6: Wahlbeteiligung (y) vs. Grüne (x)

Einige Wahlkreise Grüne			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
3	Jena_Soem_Weim_Ld_I	5	Erf_Weim_Weim_Ld_II

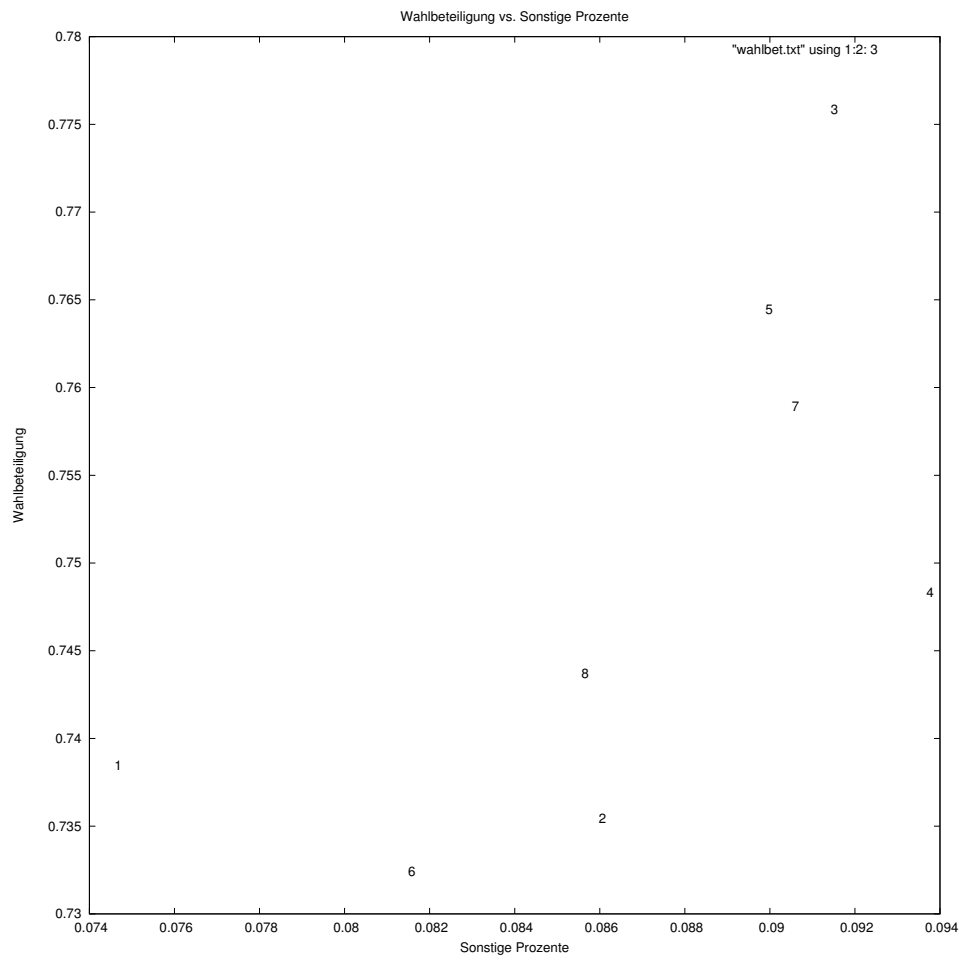


Figure 7: Wahlbeteiligung (y) vs. Sonstige (x)

Einige Wahlkreise Sonstige			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
3	Jena_Soem_Weim_Ld_I	7	Saalf_Rudolst_Holzld_Orla
5	Erf_Weim_Weim_Ld_II	4	Gotha_Ilm_Kreis

3 Eindimensionale Ausreisseranalyse

3.1 Analyse der Ausreisser-Kreise

Hier werden zunächst die Wahlkreise bestimmt, die für die Parteien die besten Resultate zeigten. Anschliessend werden diese gefundenen Ausreisserkreise weiter nach Ausreissern in ihren Bezirken untersucht.

3.1.1 CDU

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

```
[ 1] 1 Eichsfeld_Nordhausen_Kyffh
[ 2] 2 Eisenach_Wartbg_Unst_Hain
```

Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: CDU, Kreis: 1=Eichsfeld_Nordh_Kyffh	
1 *	107 : LW_1_4_Wilbich_4
2 *	25 : LW_1_Eichstruth_1
3	90 : LW_1_Sickerode_1
Partei: CDU, Kreis: 2=Eisen_Wartbg_Unst_Hain	
1 *	481 : LW_2_Kranlucken_Zitters_3
2 *	442 : LW_2_Bernbach_2
3 *	465 : LW_2_Ketten_Apfelbach_Walkes_9

TH 2021: Ausreisser für CDU

Die mit einem Asterisk * gekennzeichneten Bezirke werden auch bei der bezirkswiseinen Analyse in Abschnitt 3.2.1 gefunden.

3.1.2 AfD

Für die AfD wurden keine eindimensionalen Ausreiser in den kreisweisen Daten gefunden.

3.1.3 Die Linke

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

```
[ 1] 5 Erfurt_Weimar_Weim_Ld_II
[ 2] 3 Jena_Soemmerda_Weim_Ld_I
```

Die Kreise 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II und Kreis 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I sind die mit der höchsten Wahlbeteiligung. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: Die Linke, Kreis: 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II	
1 *	1688 : BW_5_BW_9009_9009
2 *	1557 : BW_5_Walter_Gropius_Schule_9014
3 *	1569 : BW_5_Walter_Gropius_Schule_9026
Partei: Die Linke, Kreis: 3=Jena_Soem_Weim_Ld_I	
1 *	750 : LW_3_Jena_021_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_15_21
2	739 : LW_3_Jena_010_Aktion_Wandlungsw_10
3	835 : BW_3_BWBZ_9009_9009

TH 2021: Ausreisser für Linke

Die Kreise 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I und 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II werden auch bei den Grünen als Ausreisserkreise gefunden, aber dort mit anderen Bezirken. Die mit einem Asterisk * gekennzeichneten Bezirke werden auch bei der bezirksweisen Analyse in Abschnitt 3.2.1 gefunden.

3.1.4 SPD

Für die SPD wurden keine eindimensionalen Ausreiser in den kreisweisen Daten gefunden.

3.1.5 FDP

Für die FDP wurden keine eindimensionalen Ausreiser in den kreisweisen Daten gefunden.

3.1.6 Grüne

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 5 Erfurt_Weimar_Weim_Ld_II
- [2] 3 Jena_Soemmerda_Weim_Ld_I
- [3] 4 Gotha_Ilms_Kreis

Der Kreis 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I ist der mit der höchsten und Kreis 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II ist der mit der zweithöchsten Wahlbeteiligung. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: Grüne, Kreis: 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II	
1 *	1687 : BW_5_BW_9008_9008
2 *	1681 : BW_5_BW_9002_9002
3	1640 : LW_5_WE03_J_Landenb_Sch_3
Partei: Grüne, Kreis: 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I	
1 *	830 : BW_3_BWBZ_9004_9004
2 *	827 : BW_3_BWBZ_9001_9001
3 *	829 : BW_3_BWBZ_9003_9003
Partei: Grüne, Kreis: 4= Gotha_Ilms_Kreis	
1	1346 : BW_4_BWbezirk_2_9110
2	1320 : LW_4_Ilmenau_13_13
3	1349 : BW_4_BWbezirk_5_9113

TH 2021: Ausreisser für Grüne

Die Kreise 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II und 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I werden auch bei den Linken als Ausreisserkreise gefunden, aber dort mit anderen Bezirken. Fast alle gefundenen Ausreisserbezirke sind Briefwahlbezirke. Die mit einem Asterisk * gekennzeichneten Bezirke werden auch bei der bezirksweisen Analyse in Abschnitt 3.2.1 gefunden.

3.1.7 Sonstige

Für die Sonstigen wurden keine eindimensionalen Ausreiser in den kreisweisen Daten gefunden.

3.1.8 Histogramm

Verteilung der relativen Häufigkeiten innerhalb der Wahlkreise für die einzelnen Parteien:

Histogramm=

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CDU	1	2	3	0	0	1	0	0	0	1
AfD	1	0	0	1	0	1	1	0	2	2
Linke	2	0	2	2	0	0	0	1	0	1
SPD	1	1	1	0	0	0	2	0	1	2
FDP	1	0	2	0	1	0	1	2	0	1
Grüne	5	1	0	0	0	0	0	1	0	1
Sonst	1	0	0	1	0	2	0	0	3	1

Im Normalfalle sollte es annähernd eine Normalverteilung geben, d.h. wenig Kreise mit sehr geringen oder sehr hohen relative Häufigkeiten und relativ viele Kreise mit mittleren Häufigkeiten.

3.2 Analyse der Bezirksdaten

3.2.1 Obere Ausreisser in Bezug auf alle Bezirke

Hier werden die Bezirksweise höchsten Wahlresultate für die einzelnen Parteien berichtet, ohne dabei die Resultate in den Wahlkreisen in Betracht zu ziehen.

Bezirksausreisser für Partei: CDU		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1 *	2 : Eisen_Wartbg_Unst_Hain	481 : LW_2_Kranlucken_Zitters_3
2 *	2 : Eisen_Wartbg_Unst_Hain	442 : LW_2_Bermbach_2
3 *	1 : Eichsfeld_Nordh_Kyffh	107 : LW_1_4_Wilbich_4
4 *	1 : Eichsfeld_Nordh_Kyffh	25 : LW_1_Eichstruth_1
5 *	2 : Eisen_Wartbg_Unst_Hain	465 : LW_2_Ketten_Apfelbach_Walkes_9
Bezirksausreisser für Partei: AfD		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	7 : Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	2429 : LW_7_01_Grobengereuth_1
2	7 : Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	2534 : LW_7_06_Gemeindeamt_Titschendorf_6
3	7 : Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	2113 : LW_7_Altenbeuthen_401
4	4 : Gotha_Ilms_Kreis	1386 : LW_4_Friedersdorf_6
5	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	943 : LW_3_Weissensee_Stadt_7_OT_Herrnschwende_7
Bezirksausreisser für Partei: Die Linke		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	4 : Gotha_Ilms_Kreis	1134 : LW_4_Gotha_14_15_14
2 *	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	750 : LW_3_Jena_021_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_15_21
3 *	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1688 : BW_5_BW_9009_9009
4 *	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1557 : BW_5_Walter_Gropius_Schule_9014
5 *	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1569 : BW_5_Walter_Gropius_Schule_9026
Bezirksausreisser für Partei: SPD		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	1 : Eichsfeld_Nordh_Kyffh	166 : LW_1_Ellrich_7_OT_Rothesuette_7
2	1 : Eichsfeld_Nordh_Kyffh	144 : LW_1_OT_Epschenrode_6
3	8 : Suhl_Schma_Mein_Hild_Son	2776 : LW_8_Oberkatz_11
4	7 : Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	2348 : LW_7_Meusebach_1
5	1 : Eichsfeld_Nordh_Kyffh	228 : LW_1_Hohenstein_5_OT_Limlingerode_5
Bezirksausreisser für Partei: FDP		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	1095 : LW_3_Haindorf_13
2	1 : Eichsfeld_Nordh_Kyffh	98 : LW_1_Wachstedt_1
3	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	824 : LW_3_Jena_095_Feuerwgeraetehaus_Vierzehn_95
4	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	1050 : LW_3_Klettbach_02_Schellroda_2
5	7 : Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	2369 : LW_7_Ruttersdorf_Lotschen_1

TH 2021: Bezirksausreisser 1

Die Ziffern in Klammern nach dem Namen des Wahlkreises, z.B. Erf_Weim_Weim_Ld_II (1) , bedeuten, dass dieser Wahlbezirk auch bei der bezirksweisen multidimensionalen MCD Analyse in Abschnit 4.3 als Ausreisser auf dem entsprechenden Rangplatz (im Beispiel also dem ersten) gefunden wurde. Die mit einem asterisk * gekennzeichneten Kreisnamen traten auch als Ausreisser bei der kreisweisen Analyse auf.

Bezirksausreisser für Partei: Grüne		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1 *	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II (1)	1687 : BW_5_BW_9008_9008
2 *	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I (2)	830 : BW_3_BWBZ_9004_9004
3 *	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I (3)	827 : BW_3_BWBZ_9001_9001
4 *	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I (5)	829 : BW_3_BWBZ_9003_9003
5 *	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II (4)	1681 : BW_5_BW_9002_9002
Bezirksausreisser für Partei: Sonstige		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	1 : Eichsfeld_Nordh_Kyffh	394 : LW_1_Wolferschwenda_15
2	8 : Suhl_Schma_Mein_Hild_Son	2897 : LW_8_Poppenhausen_9
3	8 : Suhl_Schma_Mein_Hild_Son	2795 : LW_8_Eisfeld_OT_Waffenrod_Hinterr_Gemeindeh_7
4	4 : Gotha_Ilm_Kreis	1218 : LW_4_Metebach_und_Neufrankenroda_7
5	7 : Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	2248 : LW_7_16_Buergerhaus_Thaelendorf_16

TH 2021: Bezirksausreisser 2

Die Ausreisserwahlbezirke der Grünen und Linken sind fast ausschliesslich Briefwahlbezirke.

3.2.2 Histogramm

Verteilung der relativen Häufigkeiten in den Wahlbezirken für die einzelnen Parteien:

Histogramm=		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CDU	37	387	1103	964	263	110	50	37	14	7	
AfD	75	168	364	462	674	662	386	128	45	8	
Linke	46	241	614	882	693	320	123	36	13	4	
SPD	17	100	445	872	828	493	174	34	6	3	
FDP	17	109	522	1022	843	307	115	21	13	3	
Gruene	1284	1189	229	85	64	51	42	15	6	7	
Sonst	28	385	1361	915	224	31	23	3	1	1	

3.3 Ausreisser nach unten

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Anzahl der Wahlbezirke in denen die entsprechende Partei keine (0) Stimmen erhalten hat.

Partei	CDU	AfD	Linke	SPD	FDP	Grüne	Sonst.
N Wahlbezirke	0	0	5	0	1	44	4

TH 2021: Nullstimmenbezirke 1

Und das sind die Wahlbezirk:

Partei	N	Wkreis	Wahlbezirk
Linke	1	1	90 : LW_1_Sickerode_1
	2	7	2203 : LW_7_Leutenberg_5_Dorfilm_5
	3	7	2408 : LW_7_Graitschen_H_2
	4	7	2450 : LW_7_Neundorf_bei_Schleiz_2_Pahnstangen_2
	5	8	2919 : LW_8_06_Buergerhaus_Truckendorf_6
FDP	1	7	2450 : LW_7_Neundorf_bei_Schleiz_2_Pahnstangen_2
Grüne	1	1	31 : LW_1_Geismar_2_OT_Grosstoepfer_2
	2	1	90 : LW_1_Sickerode_1
	3	1	238 : LW_1_Werther_6_OT_Mauderode_6
	4	1	296 : LW_1_Ebeleben_3_Gundersleben_3
	5	1	298 : LW_1_Ebeleben_5_Thuringenhausen_5
	6	1	299 : LW_1_Ebeleben_6_Wiedermuth_6
	7	1	331 : LW_1_SDH_Himmelsberg_16
	8	1	365 : LW_1_Schoenewerda_1_5
	9	1	389 : LW_1_Westerengel_8
	10	2	417 : LW_2_Doenges_01_Gaststaette_A_Str_2_17
	11	2	624 : LW_2_Klettstedt_Buergerz_Rosenpl_68_20
	12	2	663 : LW_2_Feuerwehrgeraetehaus_OT_Saalf_20
	13	2	723 : LW_2_WBZ_IV_Mehrstedt_4
	14	2	727 : LW_2_WBZ_VIII_Kleinwelsbach_8
	15	3	878 : LW_3_Grossrudestedt_OT_Kranichborn_3
	16	3	995 : LW_3_Bad_Berka_08_Buergerh_Schoppend_8
	17	3	1033 : LW_3_Tromlitz_16
	18	4	1234 : LW_4_OT_Buflieben_Hausen_6
	19	4	1386 : LW_4_Friedersdorf_6
	20	4	1392 : LW_4_Allersdorf_12
	21	6	1856 : LW_6_Braunichswalde_02_FFW_Vereinshaus_2
	22	7	2112 : LW_7_Allendorf_u_Aschau_Vers_rm_Ki_ga_1
	23	7	2123 : LW_7_12_Oberwirbach_12
	24	7	2146 : LW_7_Rohrbach_1
	25	7	2167 : LW_7_21_Feuerwhaus_Breitenheerda_21
	26	7	2201 : LW_7_Leutenberg_3_Schweinbach_Hirzbach_3
	27	7	2206 : LW_7_Beutelsdorf_1
	28	7	2217 : LW_7_Teichweiden_Weitersdorf_12
	29	7	2246 : LW_7_14_Buergerhaus_Paulinzella_14
	30	7	2248 : LW_7_16_Buergerhaus_Thaelendorf_16
	31	7	2364 : LW_7_Geunitz_2
	32	7	2427 : LW_7_Goeschitz_1
	33	7	2429 : LW_7_01_Grobengereuth_1
	34	7	2460 : LW_7_10_Gemeindeamt_Stanau_Stanau_5_13
	35	7	2461 : LW_7_11_Gemeinehaus_Dreba_Dreba_80_14
	36	7	2534 : LW_7_06_Gemeindeamt_Titschendorf_6
	37	8	2686 : LW_8_Dorfgemeinschaftshaus_Helmers_22
	38	8	2696 : LW_8_Schwallungen_Zillbach_4
	39	8	2788 : LW_8_Eichenberg_1
	40	8	2803 : LW_8_Grimmelshausen_1

TH 2021: Nullstimmenbezirke 2

Partei	N	Wkreis	Wahlbezirk
Grüne	41	8	2826 : LW_8_Oberstadt_1
	42	8	2834 : LW_8_Steinbach_Buergerh_Schoen_Str_1_6
	43	8	2856 : LW_8_Themar_OT_Wachenbrunn_4
	44	8	2894 : LW_8_Gompertshausen_6
Sonstige	1	1	235 : LW_1_Werther_3_OT_Haferungen_3
	2	3	1090 : LW_3_Nermsdorf_7
	3	7	2389 : LW_7_Sulza_1
	4	8	2676 : LW_8_Gaststaette_Breitenbacher_Hof_12

TH 2021: Nullstimmenbezirke 2b

3.4 Briefwahl- versus Kabinenwahl-Resultate

In der Vergangenheit hat es immer wieder einmal Probleme mit der Verfälschung von Briefwahldaten gegeben. Das Problem dabei ist, dass eine sichere Aufbewahrung über einen grösseren Zeitraum schwer realisierbar ist. Auch wenn bei dieser Wahl es für mich keine deutlich sichtbaren Anzeichen der Manipulation der Briefwahlresultate gegeben haben mag, möchten wir hier kurz darlegen, wie ich in solchen Fällen methodisch vorgehen würde.

Ein χ^2 Test, der testet ob die gültigen und ungültigen Stimmen bei Brief- und Lokalwählern gleich verteilt sind, wird mit $\chi^2 = 31025$ verworfen.

Prozentualer Anteil Brief- und Lokalwähler für Parteien:

Rang	Partei	Briefwähler	Lokalwähler
1	Grüne	44.695	55.305
2	Linke	38.325	61.675
3	SPD	37.524	62.476
4	CDU	34.280	65.720
5	Sonstige	32.420	67.580
6	FDP	32.011	67.989
7	AfD	20.640	79.360

TH 2021: Briefwahlanteil

Gemessen in Prozenten gab es die wenigsten Briefwähler bei der AfD, die meisten dagegen (überraschend?) bei den Grünen. Und das mit mehr als 6 Prozentpunkten vor dem zweithöchsten, der SPD.

Die Pearson und Spearman Korrelationen zwischen den Wahlergebnissen der Brief- und Lokalwählern insgesamt über alle Kreise offenbaren, dass es keine wesentlichen Unterschiede gibt:

Partei	Pearson	Spearman
CDU	0.94013	0.73810
AfD	0.98421	1.00000
Linke	0.92337	0.92857
SPD	0.69831	0.64286
FDP	0.72132	0.73810
Grüne	0.97440	0.88095
Sonstige	0.76344	0.52381

TH 2021: Korrelation Brief- und Lokalwähler

Vergleicht man die relativen Wahlergebnisse der Wahlkreise zwischen Briefwahl und Lokalwahl erhält man die folgenden Mittelwerte und in der letzte Zeile die relative Differenz ($Brief - Lokal$)/ $Lokal$:

Partei	CDU	AfD	Linke	SPD	FDP	Grüne	Sonstige
Brief	0.1793	0.1540	0.1338	0.2708	0.0887	0.0872	0.0862
Lokal	0.1643	0.2806	0.1048	0.2173	0.0910	0.0548	0.0871
RelDiff	0.0913	-0.4512	0.2759	0.2459	-0.0251	0.5899	-0.0093

TH 2021: Differenz Brief- und Lokalwahl

Je höher der Wert der relativen Differenz, desto grösser ist der Anteil der Briefwahlstimmen im Vergleich zu den Wahllokalstimmen der jeweiligen Partei. Für grosse positive Werte sollte es evtl. eine Begründung geben. Die Summe der ersten zwei Zeilen ist jeweils 1.

Es interessieren sicher die Kreise, bei der die relative (prozentuale) Anzahl der Briefwähler Ausreisser nach oben sind. Und es gibt nur einen Kreis:

Partei	Rang	Ausreisser Kreis	Value
CDU	1	3= Jena_Soem_Weim_Ld_I	0.5200
AfD			
Linke			
SPD			
FDP			
Grüne			
Sonstige			
Insgesamt			

TH 2021: Ausreisserkreise Brief- und Lokalwähler

Die p Werte für den Vergleich der Mittelwerte der relativen Wahlkreisdaten mit den folgenden Tests

1. übliche t Test
2. Welsh t test
3. Wilcoxon (Man-Whitney) test

zeigt die nächste Tabelle die Parteien, für die die Mittelwerte für Brief- und Lokalwahl signifikant verschieden sind:

Partei	Common t Test	Welsh t Test	Man-Whitney
CDU	0.25161	0.25227	0.23450
AfD	0.00001	0.00001	0.00016
Linke	0.00047	0.00048	0.00109
SPD	0.00001	0.00001	0.00016
FDP	0.40837	0.40840	0.50536
Grüne	0.11477	0.12018	0.03792
Sonstige	0.81142	0.81142	1.00000

TH 2021: t Test für Mittelwertdifferenz

Das bedeutet, dass es mit Ausnahme von Sonstigen, FDP und CDU Wähler signifikante Unterschiede im Wahlverhalten zwischen Briefwählern und Lokalwählern gibt, während für SPD, AfD und Linke die Gleichheit des Stimmverhaltens nicht ausgeschlossen werden kann.

Um Ausreisser beim Vergleich von Brief- und Lokalwählern zu ermitteln haben wir uns entschlossen, so vorzugehen:

1. Zuerst berechnen wir die relativen Häufigkeiten der Stimmen für jede Partei bei Brief- und Lokalwählern für jeden Wahlkreis. (Prozentwerte sind das hundertfache der relativen Häufigkeiten.)
2. Dann berechnen wir die Differenzen zwischen den Briefwahl- und Lokalwahl-Paaren. Bei einem relativ normalen Abstimmungsverhalten sollten diese Werte nahezu bei Null liegen.
3. Wir erhalten so einen eindimensionalen Datensatz mit der Länge der Anzahl der Wahlkreise, den wir auf Ausreisser zugunsten der Briefwähler bzw. Lokalwähler testen können.

Aufgrund der Informationen in den obigen Tabellen erwarten wir kaum Ausreisser bei den Differenzen zwischen Briefwahl- und Lokalwahl-Resultaten. Ein + Zeichen in der letzten Spalte der Tabelle zeigt an, dass es sich hier um einen Ausreisser zugunsten der Briefwahl handelt während ein - einen Ausreisser zugunsten der Lokalwahl anzeigt.

Partei	Rang	Wahlkreis	+ oder -
CDU	1	3= Jena_Soem_Weim_Ld.I	-
AfD	1	5= Erf_Weim_Weim_Ld.II	+
	2	1= Eichsfeld_Nordh_Kyffh	+
	3	6= Gera_Greiz_Altenb_Land	+
Linke			
SPD			
FDP	1	2 Eisen_Wartbg_Unst_Hain	-
Grüne	1	3 Jena_Soem_Weim_Ld.I	+*
	2	5 Erf_Weim_Weim_Ld.II	+*
Sonstige			

TH 2021: Ausreisser von Brief- und Lokalwahl Differenz

Einige der hier gefundenen Kreise wurden auch als Ausreisser in Kapitel 3.1 gefunden. Allerdings wurden dort ganz allgemeine Ausreisser in der Höhe des allgemeinen (Lokal- und Briefwahlen) Stimmverhaltens bez. der Parteien aufgedeckt, während hier Ausreisser im Vergleich der Stimmenanteile zwischen Lokal- und Briefwahlen gefunden wurden.

- * Kreise die hier mit einem Asterisk * gekennzeichnet sind: Der Wahlkreis ist in 3.1 als Ausreisser erkannt worden was hier mit positivem Briefwahlverhalten unterstützt wird. Diese Parteien schnitten in diesen Kreisen bei den Briefwahlen besser ab als bei den Lokalwahlen.
- o Kreise die hier mit einem Kreis o gekennzeichnet sind: Der Wahlkreis ist in 3.1 als Ausreisser erkannt worden trotz des negativen Briefwahlverhaltens hier. Diese Parteien schnitten in diesen Kreisen bei den Lokalwahlen besser ab als bei den Briefwahlen.

4 Mehrdimensionale Ausreisseranalyse

4.1 Analyse der Kreisdaten mit MCD

Die folgende Tabelle enthält die Wahlkreise, die für alle Parteien die 17 bedeutendsten multidimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz. Die Spalte **Mahal.** zeigt den Wert der Mahalanobis Distanz:

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Kreise 3.1	Bezirke 3.2
1	134.731	2.4744	7 Saalf_Rudolst_Holzld_Orla		AfD, SPD, FDP, Sonst

TH 2021: Mehrdimensionale Ausreisser der Wahlkreise

Die vorderen Ausreisserplätze wurden auch schon bei den Wahlen 2014 festgestellt. Es ist ausserordentlich bemerkenswert, dass 37 Jena_I als der bedeutendste Ausreisser gefunden wird, selbst wenn die Resultate aller Parteien einbezogen werden. Und zumindest bedenkenswert, dass die vorderen Plätze der grössten Ausreisser nach oben auch bei den Grünen und Linken zu finden sind. Das häufige Auftreten der "Sonstigen" (und auch der FDP) überrascht hier.

4.2 Bezirks-Ausreisser innerhalb der Kreise-Ausreisser

Die Einzigen dieser Ausreisser im Wahlkreis 7= Saalf_Rudolst_Holzld_Orla wurden bereits bei der eindimensionalen Analyse der Grünen als problematisch erkannt.

Wahlkreis 7 : Saalf_Rudolst_Holzld_Orla (79 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
8.9393	6.8412	2214 : LW_7_Moetzelbach_9
8.7534	6.4289	2450 : LW_7_Neundorf_bei_Schleiz_2_Pahnstangen_2
7.9217	5.1251	2248 : LW_7_16_Buergerhaus_Thaelendorf_16
7.3889	6.1092	2348 : LW_7_Meusebach_1
7.3327	5.0694	2389 : LW_7_Sulza_1

TH 2021: Ausreisserbezirke innerhalb der Wahlkreise

4.3 Analyse der Bezirksdaten mit MCD

Die folgende Tabelle enthält die Wahlbezirke, die für alle Parteien die 21 bedeutendsten multidimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz. Die Spalte **Mahal.** zeigt den Wert der Mahalanobis Distanz:

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Bezirk
1	17.565	6.9662	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1687 : BW_5_BW_9008_9008
2	16.949	6.6703	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	830 : BW_3_BWBZ_9004_9004
3	16.702	6.5349	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	827 : BW_3_BWBZ_9001_9001
4	16.226	6.5135	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1681 : BW_5_BW_9002_9002
5	16.046	6.2590	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	829 : BW_3_BWBZ_9003_9003
6	15.651	6.1124	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	828 : BW_3_BWBZ_9002_9002
7	15.563	6.2018	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	736 : LW_3_Jena_007_Deiz_Stadte_Rm_01_03_7
8	15.511	6.2599	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	835 : BW_3_BWBZ_9009_9009
9	14.832	5.8039	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1640 : LW_5_WE03_J_Landenb_Sch_3
10	14.789	5.7787	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	831 : BW_3_BWBZ_9005_9005
11	14.282	6.5966	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	750 : LW_3_Jena_021_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_15_21
12	13.865	5.3733	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	734 : LW_3_Jena_005_FSU_Theol_Fak_Rm_00_3_5
13	13.705	5.3909	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	732 : LW_3_Jena_003_Volksb_Anbn_Rm_00_23_3
14	13.691	5.7161	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	733 : LW_3_Jena_004_Volksb_Badehalle_4
15	13.261	5.2430	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1644 : LW_5_WE07_Staatl_Gem_schule_I_7
16	13.187	5.2881	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	738 : LW_3_Jena_009_Jenapl_Sch_Rm_01_00_28_9
17	13.094	5.0694	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1685 : BW_5_BW_9006_9006
18	12.910	4.9723	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	749 : LW_3_Jena_020_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_17_20
19	12.905	4.9695	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	730 : LW_3_Jena_001_Deiz_Stadte_Rm_02_31_1
20	12.478	5.2493	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	739 : LW_3_Jena_010_Aktion_Wandlungsw_10

TH 2021: Mehrdimensionale Ausreisser der Wahlbezirke 1

N	Kreis	Bezirk	3.1	3.2
1	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1687 : BW_5_BW_9008_9008	Grün+Link	Grün
2	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	830 : BW_3_BWBZ_9004_9004	Grün+Link	Grün
3	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	827 : BW_3_BWBZ_9001_9001	Grün+Link	Grün
4	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1681 : BW_5_BW_9002_9002	Grün+Link	Grün
5	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	829 : BW_3_BWBZ_9003_9003	Grün+Link	Grün
6	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	828 : BW_3_BWBZ_9002_9002	Grün+Link	
7	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	736 : LW_3_Jena_007_Deiz_Stadte_Rm_01_03_7	Grün+Link	
8	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	835 : BW_3_BWBZ_9009_9009	Grün+Link	
9	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1640 : LW_5_WE03_J_Landenb_Sch_3	Grün+Link	
10	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	831 : BW_3_BWBZ_9005_9005	Grün+Link	
11	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	750 : LW_3_Jena_021_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_15_21	Grün+Link	
12	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	734 : LW_3_Jena_005_FSU_Theol_Fak_Rm_00_3_5	Grün+Link	
13	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	732 : LW_3_Jena_003_Volksb_Anbn_Rm_00_23_3	Grün+Link	
14	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	733 : LW_3_Jena_004_Volksb_Badehalle_4	Grün+Link	
15	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1644 : LW_5_WE07_Staatl_Gem_schule_I_7	Grün+Link	
16	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	738 : LW_3_Jena_009_Jenapl_Sch_Rm_01_00_28_9	Grün+Link	
17	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1685 : BW_5_BW_9006_9006	Grün+Link	
18	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	749 : LW_3_Jena_020_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_17_20	Grün+Link	
19	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	730 : LW_3_Jena_001_Deiz_Stadte_Rm_02_31_1	Grün+Link	
20	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	739 : LW_3_Jena_010_Aktion_Wandlungsw_10	Grün+Link	

TH 2021: Mehrdimensionale Ausreisser der Wahlbezirke 2

Man notiert hier das häufige Vorkommen der Kreise 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II und 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I und der Partei der Grünen.

4.4 Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate

Wie im entsprechenden Abschnitt der univariaten Analysen beschrieben, berechnen wir auch hier die Differenzen zwischen den Briefwahl- und Lokalwahl-Paaren und nehmen an, dass bei einem relativ normalen Abstimmungsverhalten diese Werte nahezu bei Null liegen sollten.

Die folgende Tabelle enthält die Wahlkreise, die für alle Parteien nur einen multidimensionalen Ausreisser zeigt.

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Rang in 4.1
1	60.134	2.4725	5= Erfurt_Weimar_Weim_Ld_II	

TH 2021: Mehrdimensionale Ausreisser Brief- vs Kabinwahl
Diese Tabelle ist wenig aussagekräftig.

5 MDS und Korrespondenzanalysen

Abschliessend wollen wir eine multidimensionale Skalierung (MDS) der prozentualen Resultate der 8 Wahlkreise rechnen. Die Eingangsdaten sind hier die Matrix der relativen Wahlhäufigkeiten, wobei die Zeilen zu den 8 Wahlkreisen und die Spalten zu den sechs Parteien CDU, AfD, Linke, SPD, FDP und Grüne korrespondieren. Aufgrund ihrer Heterogenität haben wir die "Sonstigen" hier wieder weggelassen. Die Wahlkreise werden nach ihrer Ähnlichkeit als Punkte in einem zweidimensionalen scatter plot dargestellt, wobei die beiden Dimensionen die Hauptkriterien für die Unterschiede zwischen den Parteien darstellen. Zur multidimensionalen Skalierung der Ähnlichkeitsdaten der Wahlkreise wird der KYST (Kruskal, Young, Shepard, & Torgerson) Algorithmus der `mds()` Funktion in CMAT ausgeführt. Für die scatter plots wurde das CMAT Interface zur Gnuplot Software benutzt.

Parteienordnung x Achse 1. AfD

2. SPD
3. CDU
4. FDP
5. Linke, Grüne

Parteienordnung y Achse 1. AfD

2. Linke, Grüne
3. SPD, FDP
4. CDU

Die Punkte der Wahlkreise sind je näher zueinander lokalisiert desto ähnlicher das Wahlverhalten in ihnen ist. Für die AfD, SPD, FDP und Sonstige Wähler fanden wir keine univariaten Ausreisser, siehe Abschnitt 3.1. Wie wir feststellen können, gibt es kaum Unterschiede in den von Linke, Grüne und FDP bevorzugten Wahlkreisen. Am rechten Rand sind die Wahlkreise der Linken und Grünen und am linken Rand sind die Wahlkreise von SPD und AfD, oben die

CDU und unten die AfD Wählerhochburgen. Die von Linke, Grüne und FDP dominierten Wahlkreise bilden ein überlappendes Cluster in 3= Jena_Soemmerda_Weim_Ld.I. Die von der SPD dominierten Wahlkreise reichen von Wahlkreisen der CDU bis hin zu FDP. Abweichend von anderen Wahlanalysen sind hier in Thüringen die von den Wählern dominierten Parteienhochburgen nicht sehr deutlich getrennt. Vielleicht liegt das an der mehr als gewöhnlich heterogenen Zusammensetzung der grossen Wahlkreise? Denn bei den Wahlbezirken ist das nicht so deutlich.

Die nächsten beiden Graphen zeigen die scatter plots der Parteien und der 8 Wahlkreise, die das Resultat einer Korrespondenzanalyse (mittels Funktion `anacor()` in CMAT) der Wahlkreisdaten sind. Der Wahlkreisplot der Korrespondenzanalyse ist dem der MDS (KYST) Analyse sehr ähnlich, wobei aber die Punkte bez. der y Achse gespiegelt sind.

Ein letzter scatter plot zeigt die Lage der sechs Parteien von einer Korrespondenzanalyse der 2972×6 Matrix der relativen Wahlhäufigkeiten in allen Wahlbezirken. (Der scatter plot der 2972 Wahlbezirke wird hier nicht gezeigt.)

Im Parteienplot der Korrespondenzanalyse, basierend auf den 8 Wahlkreisen, findet man ein Cluster von SPD, FDP und Linken und drei Singletons AfD, CDU und Grüne. Der Parteienplot basierend auf den Daten der 2972 Wahlbezirke zeigt dagegen ein Cluster von SPD, AfD, Linken und FDP und dagegen nur Grüne und CDU als Singletons.

Die Verteilung der Singulärwerte deutet bereits an, dass eine 2-dimensionale Punktconfiguration eine relativ gute Approximation der Daten der relativen Wahlhäufigkeiten sein wird.

Singulärwerte der Kreis- und Bezirksdaten:

SV Kreise	1.155	0.1378	0.0704	0.0342	0.0071	0.0042
SV Bezirke	22.708	5.3008	3.7127	2.6835	1.7011	1.4765

TH 2021: Singulärwerte Korrespondenzanalysen

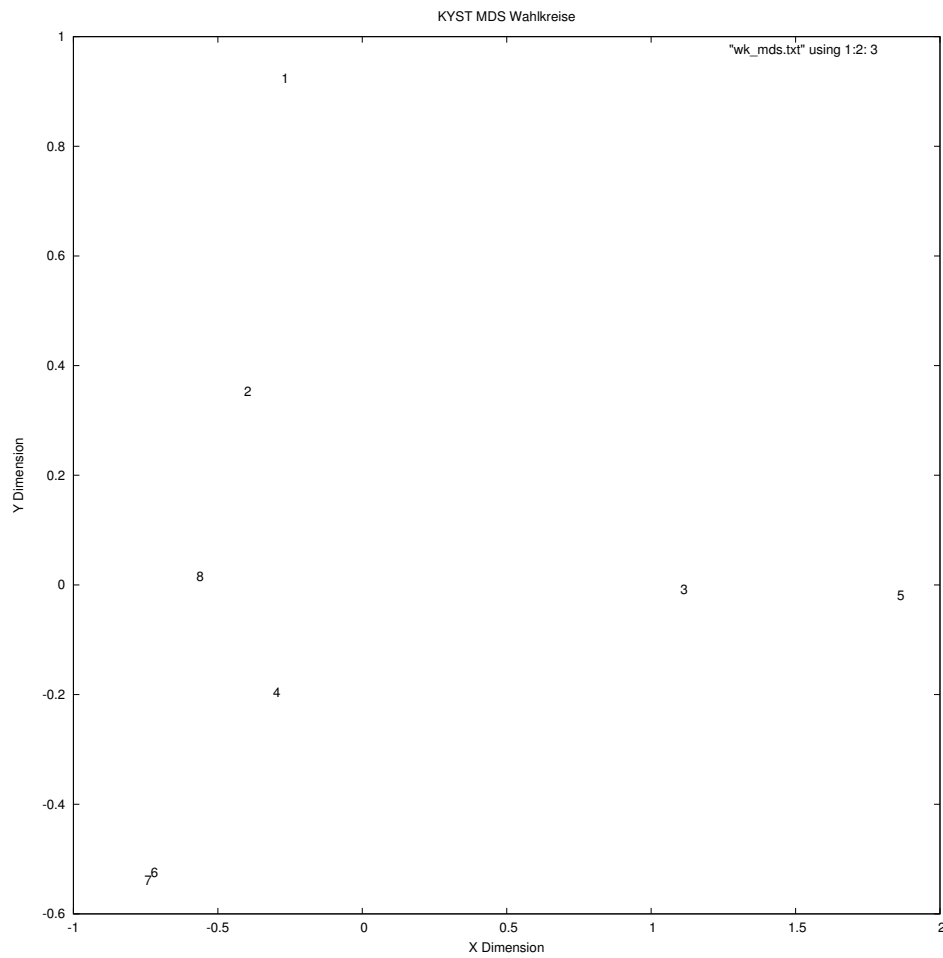


Figure 8: KYST MDS der 8 Wahlkreise

Einige Wahlkreise				
Partei	N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
CDU	1	Eichsfeld_Nordhausen_Kyffh	2	Eisenach_Wartbg_Unst_Hain
AfD	7	Saalfeld_Rudolst_Holzld_Orla	4	Gotha_Ilms_Kreis
Linke	5	Erfurt_Weimar_Weim_Ld_II	3	Jena_Soemmerda_Weim_Ld_I
SPD	1	Eichsfeld_Nordhausen_Kyffh	8	Suhl_Schmalk_Mein_Hild_Sonne
FDP	3	Jena_Soemmerda_Weim_Ld_I	1	Eichsfeld_Nordhausen_Kyffh
Grüne	5	Erfurt_Weimar_Weim_Ld_II	3	Jena_Soemmerda_Weim_Ld_I

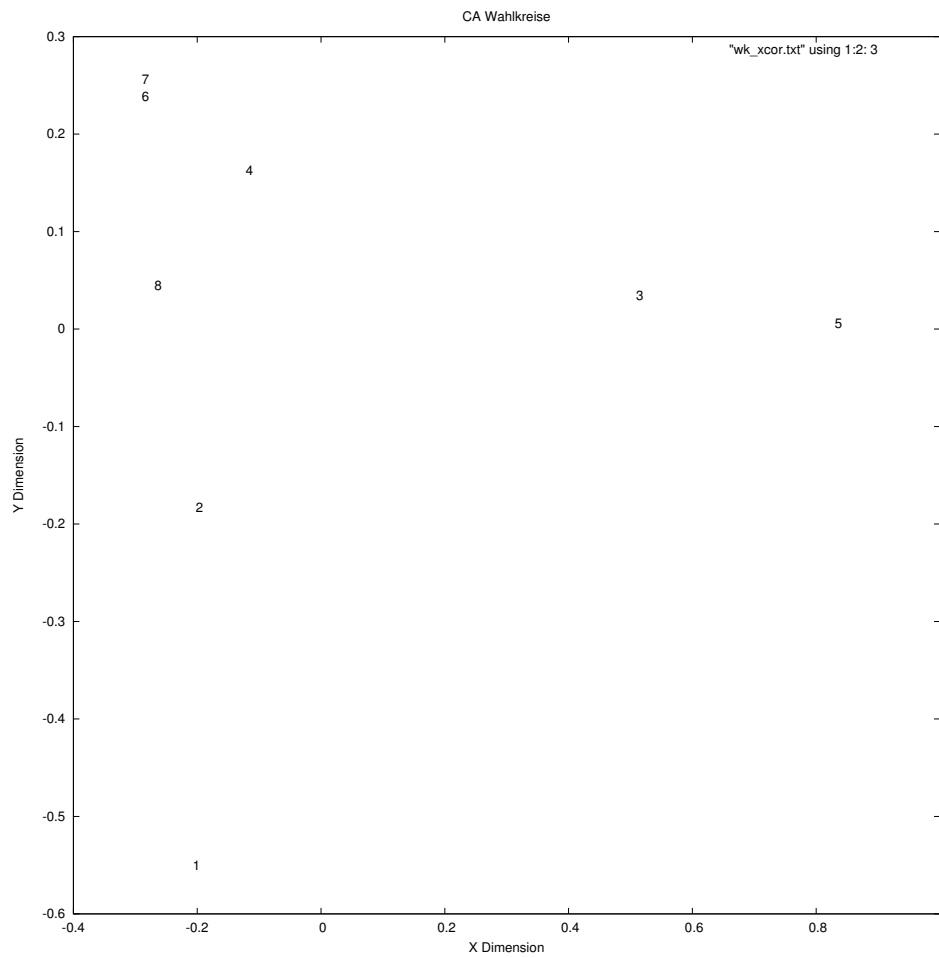


Figure 9: CA der 8 Wahlkreise

Einige Wahlkreise				
Partei	N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
CDU	1	Eichsfeld_Nordhausen_Kyffh	2	Eisenach_Wartbg-Unst_Hain
AfD	7	Saalfeld_Rudolst_Holzld_Orla	4	Gotha_Ilms_Kreis
Linke	5	Erfurt_Weimar_Weim_Ld_II	3	Jena_Soemmerda_Weim_Ld_I
SPD	1	Eichsfeld_Nordhausen_Kyffh	8	Suhl_Schmalk_Mein_Hild_Sonne
FDP	3	Jena_Soemmerda_Weim_Ld_I	1	Eichsfeld_Nordhausen_Kyffh
Grüne	5	Erfurt_Weimar_Weim_Ld_II	3	Jena_Soemmerda_Weim_Ld_I

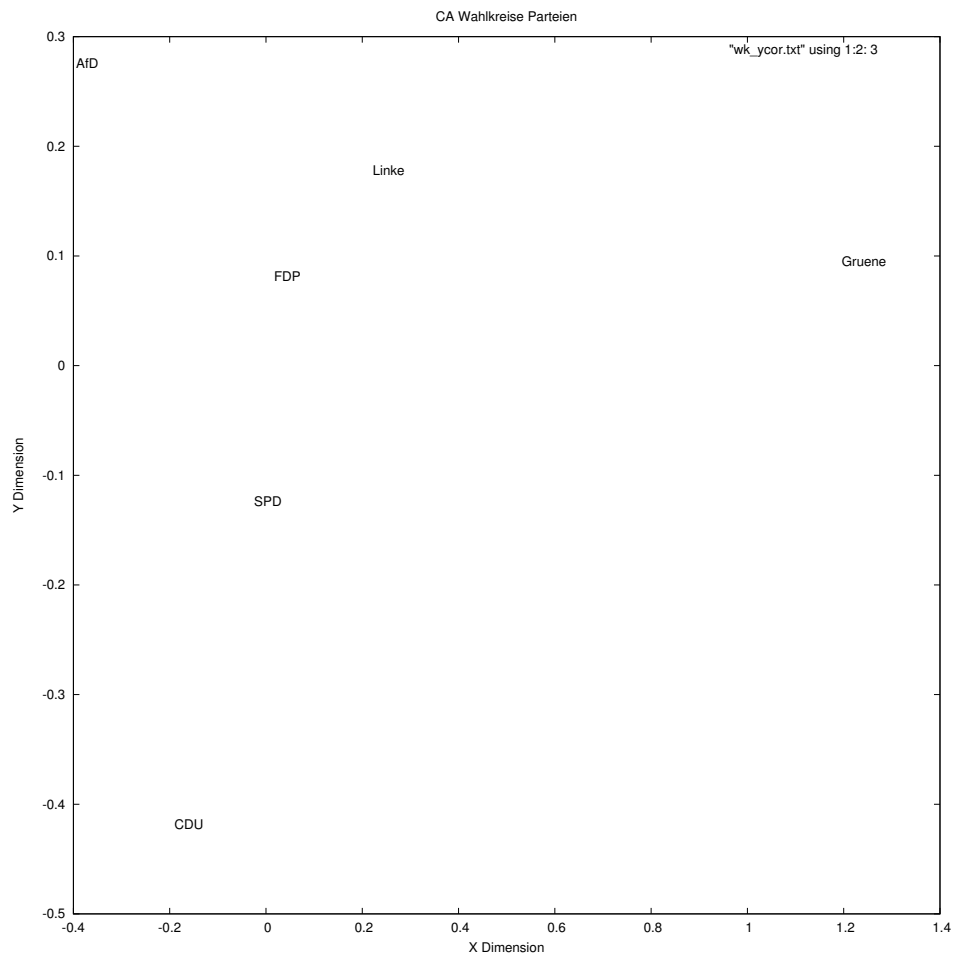


Figure 10: CA der 8 Wahlkreise: Parteien

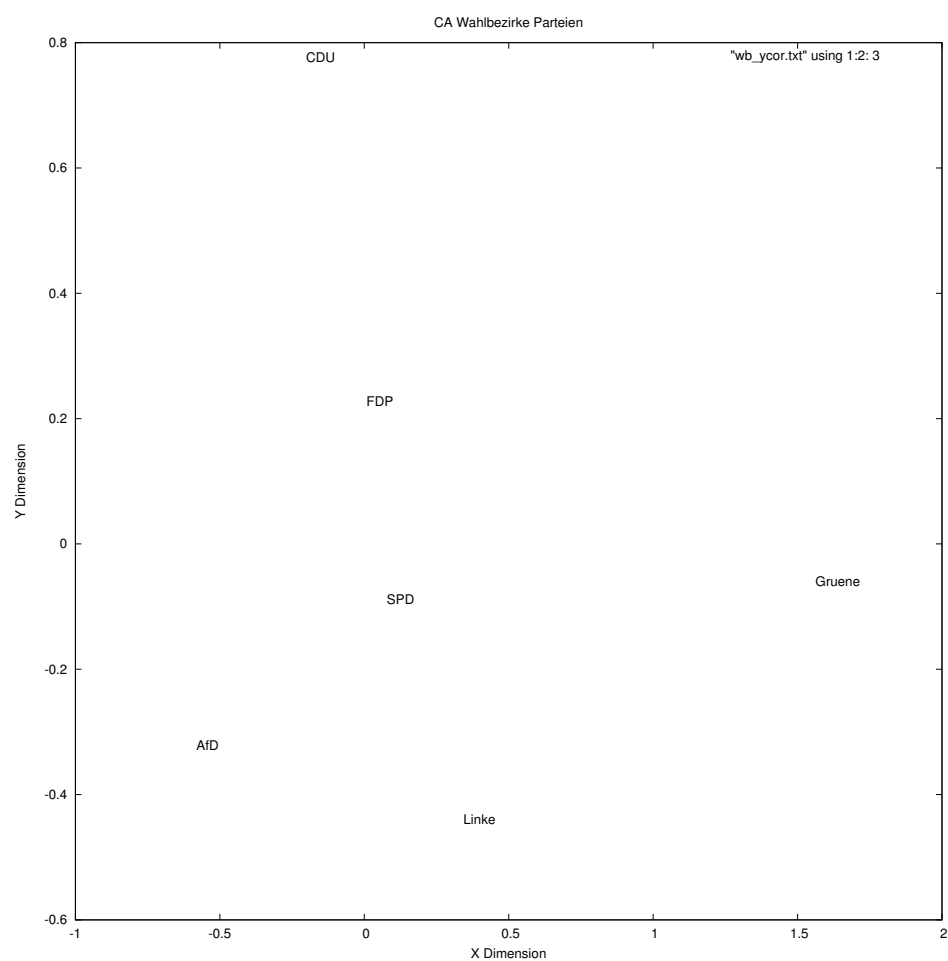


Figure 11: CA der 1972 Wahlbezirke: Parteien

6 Zusammenfassung

Unsere Methoden lassen uns natürlich nicht mit Sicherheit Irregularitäten bei den Resultaten der Wahl feststellen.

Die folgende Tabelle listet die Pearson Korrelation zwischen relativer Wahlbeteiligung und den Parteistimmen über alle Wahlkreise :

N	Partei	Corr	CI_low	CI_upp
1	Grüne	0.77749 +	0.16106	0.95755
2	Linke	0.77645 +	0.15851	0.95733
3	Sonstige	0.65611	-0.09032	0.93055
4	FDP	0.23752	-0.56106	0.80710
5	SPD	-0.36053	-0.84941	0.46135
6	CDU	-0.55518	-0.90557	0.24557
7	AfD	-0.57956	-0.91184	0.21148

TH 2021: Wahlbeteil. vs. Parteistimmen

Bei Grünen und Linken existiert offenbar eine relativ hohe Korrelation zwischen der Höhe der Wahlbeteiligung und dem Wahlresultat zugunsten der Partei, was gewöhnlich bei "stuffed ballots" auch vorkommt. Bei diesen beiden Parteien gibt es einen klaren Zusammenhang zwischen der Höhe der Wahlbeteiligung und dem Stimmresultat, d.h. je höher die Wahlbeteiligung in einem Wahlkreise umso mehr (prozentual) Stimmen können erwartet werden für eine dieser Parteien.

Drei (3= Jena_Soem_Weim_Ld_I, 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II und 4= Gotha_Ilms_Kreis) der fünf Wahlkreise mit den besten Resultaten der Grünen (siehe Abschnitt 2) gehören auch zu den Bezirken mit der höchsten Wahlbeteiligung:

Grösste Wahlbet.	Kreis	Kleinste Wahlbet.	Kreis
77.587	3 Jena_Soem_Weim_Ld_I	73.239	6 Gera_Greiz_Altenb_Land
76.443	5 Erf_Weim_Weim_Ld_II	73.546	2 Eisen_Wartbg_Unst_Hain
75.890	7 Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	73.846	1 Eichsfeld_Nordh_Kyffh
74.830	4 Gotha_Ilms_Kreis	74.372	8 Suhl_Schma_Mein_Hild_Son
74.372	8 Suhl_Schma_Mein_Hild_Son	74.830	4 Gotha_Ilms_Kreis

TH 2021: Kreise mit extremer Wahlbeteiligung

Und dies bei einer durchschnittlichen Wahlbeteiligung von etwas weniger als 75 Prozent.

Interessant sind die Wahlbezirke, die sowohl mittels der zweistufigen Analyse in 3.1 als auch bei der bezirksweisen Analyse in 3.2.1 als Ausreisser gefunden wurden:

1. für die CDU:

- (a) Kreis: 1=Eichsfeld_Nordh_Kyffh Bezirk: 107 : LW_1.4_Wilbich_4
- (b) Kreis: 1=Eichsfeld_Nordh_Kyffh Bezirk: 25 : LW_1_Eichstruth_1
- (c) Kreis: 2=Eisen_Wartbg_Unst_Hain Bezirk: 481 : LW_2_Kranlucken_Zitters_3
- (d) Kreis: 2=Eisen_Wartbg_Unst_Hain Bezirk: 442 : LW_2_Bermbach_2

(e) Kreis: 2=Eisen_Wartbg_Unst_Hain Bezirk: 465 : LW_2_Ketten_Apfelbach_Walkes_9

2. für die Linke:

(a) Kreis: 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II Bezirk: 1688 : BW_5_BW_9009_9009

(b) Kreis: 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II Bezirk: 1557 : BW_5_Walter_Gropius_Schule_9014

(c) Kreis: 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II Bezirk: 1569 : BW_5_Walter_Gropius_Schule_9026

(d) Kreis: 3=Jena_Soem_Weim_Ld_I Bezirk: 750 : LW_3_Jena_021_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_15_21

3. für die Grünen:

(a) Kreis: 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II Bezirk: 1687 : BW_5_BW_9008_9008

(b) Kreis: 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II Bezirk: 1681 : BW_5_BW_9002_9002

(c) Kreis: 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I Bezirk: 830 : BW_3_BWBZ_9004_9004

(d) Kreis: 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I Bezirk: 827 : BW_3_BWBZ_9001_9001

(e) Kreis: 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I Bezirk: 829 : BW_3_BWBZ_9003_9003

Die Tabelle in Abschnitt 4.3 zeigt für die mehrdimensionale MCD Analyse der Bezirksdaten, immer wenn die Grünen einen Ausreisserbezirk markieren, dann ist dieser ein Briefwahlbezirk:

N	Kreis	Bezirk	3.1	3.2
1	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1687 : BW_5_BW_9008_9008	Grün+Link	Grün
2	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	830 : BW_3_BWBZ_9004_9004	Grün+Link	Grün
3	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	827 : BW_3_BWBZ_9001_9001	Grün+Link	Grün
4	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1681 : BW_5_BW_9002_9002	Grün+Link	Grün
5	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	829 : BW_3_BWBZ_9003_9003	Grün+Link	Grün
6	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	828 : BW_3_BWBZ_9002_9002	Grün+Link	
7	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	736 : LW_3_Jena_007_Dez_Stadte_Rm_01_03_7	Grün+Link	
8	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	835 : BW_3_BWBZ_9009_9009	Grün+Link	
9	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1640 : LW_5_WE03_J_Landenb_Sch_3	Grün+Link	
10	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	831 : BW_3_BWBZ_9005_9005	Grün+Link	
11	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	750 : LW_3_Jena_021_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_15_21	Grün+Link	
12	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	734 : LW_3_Jena_005_FSU_Theol_Fak_Rm_00_3_5	Grün+Link	
13	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	732 : LW_3_Jena_003_Volksb_Anst_Rm_00_23_3	Grün+Link	
14	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	733 : LW_3_Jena_004_Volksb_Badehalle_4	Grün+Link	
15	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1644 : LW_5_WE07_Staatl_Gem_schule_I_7	Grün+Link	
16	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	738 : LW_3_Jena_009_Jenapl_Sch_Rm_01_00_28_9	Grün+Link	
17	5 : Erf_Weim_Weim_Ld_II	1685 : BW_5_BW_9006_9006	Grün+Link	
18	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	749 : LW_3_Jena_020_IGS_Gr_Unr_Rm_1_00_17_20	Grün+Link	
19	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	730 : LW_3_Jena_001_Dez_Stadte_Rm_02_31_1	Grün+Link	
20	3 : Jena_Soem_Weim_Ld_I	739 : LW_3_Jena_010_Aktion_Wandlungsw_10	Grün+Link	

TH 2021: Mehrdimensionale Ausreisser der Wahlbezirke

Interessant sind im Parteienplot der Wahlbezirksdaten die Entfernungen zwischen dem Cluster FDP, SPD und Linke mit den Singletons AfD, CDU und Grüne. Anders als in Baden-Württemberg, wo CDU, FDP und Grüne relativ nahe zueinander lokalisiert werden. Die Wähler von Linken und Grünen sind in den neuen Bundesländern sehr viel mehr verschieden als in den alten. In den

neuen Bundesländern sind die Wähler der Linken ehemalige SED Mitglieder, in den alten sind sie aber offenbar eher an Universitäten oder gar in der Verwaltung zu finden. Wie auch bei fast allen anderen analysierten Landtagswahlen treten die bemerkenswertesten Ausreisser bei den Ergebnissen der Grünen auf. Ausreisser, die sich nicht nur bei den eindimensionalen Analysen zeigen, sondern sich auch noch mit den Resultaten der mehrdimensionalen Analysen bestätigen lassen, bedürfen zusätzlicher Erklärungen. Ausreisser in den Resultaten der Briefwahlen (im Vergleich zu den Resultaten der Lokalwahlen) sind insbesondere in den Wahlkreise 3= Jena_Soem_Weim_Ld_I und 5= Erf_Weim_Weim_Ld_II zu finden (siehe Tabelle oben oder in Abschnitt 4.3). Mit über 44 Prozent führen die Grünen bei den Briefwählern und die Linken Genossen finden sich mit ca. 38 Prozent auf dem zweiten Platz weit vor FDP mit 32 und AfD als Letzter mit ca 20 Prozent.

Trotzdem haben wir noch Erklärungsprobleme mit der hohen Korrelation (nahezu 0,78) zwischen der Wahlbeteiligung und den Wahlerfolgen bei den Grünen (und den Linken), je höher die Wahlbeteiligung im Wahlkreis umso höher der Stimmanteil für Grüne und Linke.

Alle Berechnungen wurden mit der CMAT Software des Autors durchgeführt. Die scatter plots wurden mit Gnuplot erstellt das von CMAT über ein einfaches Interface verfügbar ist.

7 Anhang

Und schliesslich eine Tabelle, die etwas Information über jeden der Wahlkreise gibt:

N	Wahlkreise	NWB	Wahlb.	Wähler	BWB	NBrief.	PercBW
1	Eichsfeld_Nordh_Kyffh	396	209203	154488	46	46429	30.05
2	Eisen_Wartbg_Unst_Hain	333	212267	156113	54	51887	33.24
3	Jena_Soem_Weim_Ld_I	372	198697	154163	57	55704	36.13
4	Gotha_Ilms_Kreis	292	190519	142566	49	43422	30.46
5	Erf_Weim_Weim_Ld_II	329	217944	166604	121	61778	37.08
6	Gera_Greiz_Altenb_Land	384	229588	168147	74	48028	28.56
7	Saalf_Rudolst_Holzld_Orla	448	219437	166531	61	53758	32.28
8	Suhl_Schma_Mein_Hild_Son	418	230071	171108	70	53746	31.41

TH 2021: Information über Wahlkreise

Die Anzahl der Wahlbezirke liegt in jedem Wahlkreis zwischen 40 (Erf_I und Erf_IV) und 129 (Weimarer_Lnd_I-Saalf_Rudolst_II). Die Zahl der Wahlberechtigten liegt in jedem Wahlkreis zwischen 31 (Kyffhaeuserkreis_II) und 48 (Erf_III) Tausend.

Das sind die fünf Kreise mit dem grössten und kleinsten Anteil ungültiger Zweitstimmen:

Max	Kreis	Min	Kreis
1.4969	6 Gera_Greiz_Altenb_Land	1.1656	5 Erf_Weim_Weim_Ld_II
1.3902	4 Gotha_Ilms_Kreis	1.2232	7 Saalf_Rudolst_Holzld_Orla
1.3484	2 Eisen_Wartbg_Unst_Hain	1.2402	3 Jena_Soem_Weim_Ld_I
1.2933	1 Eichsfeld_Nordh_Kyffh	1.2542	8 Suhl_Schma_Mein_Hild_Son

TH 2021: Anteil ungültiger Zweitstimmen in Wahlkreisen

Das sind die fünf Kreise mit dem grössten und kleinsten Anteil ungültiger Erststimmen:

Max	Kreis	Min	Kreis
1.3453	4 Gotha_Ilms_Kreis	0.9640	5 Erf_Weim_Weim_Ld_II
1.2513	6 Gera_Greiz_Altenb_Land	1.0301	3 Jena_Soem_Weim_Ld_I
1.2119	2 Eisen_Wartbg_Unst_Hain	1.1457	7 Saalf_Rudolst_Holzld_Orla
1.1716	1 Eichsfeld_Nordh_Kyffh	1.1589	8 Suhl_Schma_Mein_Hild_Son

TH 2021: Anteil ungültiger Erststimmen in Wahlkreisen

References

- [1] Al-Serori, L. (2016) “Die aggressive Reaktion der FPÖ-Wähler auf die Niederlage”, *Süddeutsche Zeitung*, 24. 5. 2016.
- [2] Betz, Bradford (2020), “Philadelphia Dem elections judge admits taking bribes to inflate vote counts”, *Fox News*, 21. 5. 2020.
- [3] Blitzer, R. (2020), “GOP groups sue California Gov. Newsom, claim vote-by-mail order is ‘brazen power grab’”, *Fox News*, 24. 5. 2020.
- [4] Christensen, R., Pearson, L.M., & Johnson, W. (1992), “Case deletion diagnostics for mixed models”, *Technometrics*, **34**, 38-45.
- [5] *City Journal*, Fall 2004: “How to steal an Election”.
- [6] *Correctiv - Recherchen für die Gesellschaft*, 18. 10. 2018: “Auch bei der Bayernwahl kursieren wieder Behauptungen über Wahlbetrug”.
- [7] de Leeuw, J. (1968), “Meerdimensionele Analyse van Politikologische Gegevens”, [“Multidimensional Analysis of Politicological Data”]. *Hypothese*, **13**, 84-85.
- [8] de Leeuw, J. (2008), “A horseshoe for multidimensional scaling”, Technical Report.
- [9] Dixon, W. J. (1950), “Analysis of extreme values”, *The Annals of Mathematical Statistics*, **21**, 488-506.
- [10] “Electoral Fraud”, bei Wikipedia.com
- [11] Elsässer, J. (2016), “Van der Bellen gewinnt - FPÖ Durchbruch gelingt nicht”, *Compact*, vom 4. 12. 2016.
- [12] Enikopolov, R., Korovkin, V., Petrova, M. Sonin, K. & Zakharov, A. (2013), “Field experiment estimate of electoral fraud in Russian parliamentary elections”. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **110** (2), 448-452.
- [13] Eysenck, H. J. (1954), “Psychology and politics”, London: Routledge, Kegan and Paul.
- [14] Fund, J. (2004), “How to steal an Election”, *City Journal*, New York, Autumn 2004.
- [15] Greenacre, M. J. (1984), “Theory and application of correspondence analysis”, *Academic Press*, London.
- [16] Grubbs, F. E. (1969), “Procedures for detecting outlying observations in samples”, *Technometrics*, **11**, 1-21.
- [17] *Guardian*, 17. 6. 2019: “Police look into claims of irregularities at Peterborough byelection”.
- [18] *Guardian*, 24. 6. 2019: “Brexit party challenges byelection result over ‘postal vote corruption’”.

- [19] Fund, J. (2004), “How to steal an election”; *City Journal*, Autumn 2004.
- [20] Hartmann, W. (1979), *Geometrische Modelle zur Analyse empirischer Daten*, Berlin: Akademie Verlag.
- [21] Hartmann, W. & Sanders, A.M. (1997), “Least Median Squares (LMS) Regression, Least Trimmed Squares (LTS) Regression, Minimum Volume Ellipsoid (MVE) Estimation, Minimum Covariance Determinant (MCD) Estimation, Robust Estimation of Scale”, Technical Report, SAS Institute, 1997.
- [22] Hartmann, W. (2016), “CMAT: Extension of C Language: Matrix Algebra, Statistics, Nonlinear Optimization and Estimation”, Release 9, 2016, at <http://www.wcmat.com/cmat>.
- [23] *Junge Freiheit*, 24. 3. 2016: “AfD erhält nach Wahlpanne zusätzlichen Sitz”.
- [24] *Junge Freiheit*, 24. 5. 2017: “Polizei ermittelt wegen Wahlfälschung”.
- [25] *Junge Freiheit*, 22. 8. 2017: “Nordrhein-Westfalen: Landtagswahl wird wohl nicht neu ausgezählt”.
- [26] *Junge Freiheit*, 8. 11. 2018: “Neuauszählung in Frankfurt: AfD bei Stimmabgabe benachteiligt”.
- [27] Kamann, M. (2017): “Massiv um Stimmen betrogen - AfD pocht auf Neuauszählung”, *Die Welt Online* am 27. 7. 2017.
- [28] Klemm, B. (2016): “Als die FPÖ Wahlbetrug witterte”, *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 24. 5. 2016.
- [29] Klimek, P., Yegorov, Y., Hanel, R., & Thurner, S. (2012), “Statistical detection of systematic election irregularities”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **109** (41), 16469-16473.
- [30] Kobak, D., Shpilkin, S. & Pshenichnikov (2016), “Statistical fingerprints of electoral fraud”, at *significance.com*.
- [31] Kruskal, J. B., Young, F. W. & Seery, J. B. (1978), “How to use KYST, a very flexible program to do multidimensional scaling and unfolding”; Technical Report, Murray Hill: Bell Laboratories.
- [32] Löwenstein, S. (2016), “Bloss nicht der Andere”, *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 22. 5. 2016.
- [33] Mair, P. & de Leeuw, J. (2015), “Unidimensional scaling”, In Wiley Stat-
sRef: *Statistics Reference Online*, Wiley, New York.
- [34] McBane, G.C. (2006), “Programs to compute distribution functions and critical values for extreme value ratios for outlier detection”; *JSS*, 2006.
- [35] Peymani, R. & Steinhöfel, J.N. (2018), “Warum wir wegen der Hessenwahl Strafanzeige erstattet haben”, www.Achgut.com, 15. 11. 2018.
- [36] Renz, J. (23. 2. 2018): “Gibt es Anzeichen von Wahlfälschung bei der Bundestagswahl?”, *Tichy's Einblick*.

- [37] Rorabacher, D.B. (1991), “Statistical treatment for rejection of deviant values: Critical values of Dixon Q parameter and related subrange ratios at the 95 percent confidence level”, *Analytical Chemistry*, **63**, 139-146.
- [38] Rousseeuw, P.J. & Leroy, A.M. (1987), *Robust Regression and Outlier Detection*, New York: John Wiley & Sons.
- [39] Rousseeuw, P.R. & Van Driessen, K. (1999), “A fast algorithm for the Minimum Covariance Determinant estimator”, *Technometrics*, **41**, 212-223.
- [40] Rousseeuw, P.J. & Van Zomeren, B.C. (1990), “Unmasking Multivariate Outliers and Leverage Points”, *Journal of the American Statistical Association*, **85**, 633-639.
- [41] Sharkov, D. (2016), “Russia cancels election results after ballott stuffing”, *Newsweek*, September 22, 2016.
- [42] *Spiegel Online*, 7. 11. 2018: “Menschliche Fehler” bei Wahl in Frankfurt”.
- [43] *Tagespresse*, 23. 5. 2016: “Wahlbetrug? FPÖ-Wähler berichten von Personen in Wahllokalen, die van der Bellen wählten”.
- [44] Thompson, R. (1985), “A note on restricted maximum likelihood estimation with an alternative outlier model”; *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser. B, **47**, 53-55.
- [45] Tukey, J.W. (1977b), *Exploratory Data Analysis*, Reading: Addison-Wesley.
- [46] *Union of Concerned Scientists*, 10. 7. 2007, “Election Panel Delays, Edits Reports on Voter Fraud”.
- [47] Wagschal, U. (2018), “Unregelmässigkeiten bei der Bundestagswahl”, *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, Mai 2018.
- [48] *Welt*, 24. 8. 2017: “AfD Antrag abgewiesen - Keine Neuauszählung der NRW Wahl”.
- [49] *Welt*, 12. 10. 2017: “Postzusteller versteckte Tasche mit mehr als 1000 Wahlbriefen”.
- [50] *Wochenblick*, 5. 12. 2016: “Wahlbetrug? Rätselhaftes Video aufgetaucht”, <https://www.wochenblick.at/wahlbetrug-raetselhaftes-video-aufgetaucht>.
- [51] *Wochenblick*, 11. Mai 2017: “Wahlbetrug? Massive Ungereimtheiten bei Frankreich-Wahl”.
- [52] *Zeit Online*, 20. 6. 2016: “Zeugen bestätigen Unregelmässigkeiten bei Wahl”.