

Extreme Abstimmungsergebnisse bei den Bundestagswahlen in Hessen 2021

Wolfgang M. Hartmann

All Rights Reserved

Reproduction, translation, or transmission of any part of this work
without the written permission of the owner is unlawful.

January 12, 2022

Contents

1	Allgemeine Bemerkungen	3
2	Korrelation von Wahlbeteiligung und Stimmenanteil	6
3	Eindimensionale Ausreisseranalyse	15
3.1	Analyse der Ausreisser-Kreise	15
3.1.1	CDU	15
3.1.2	SPD	15
3.1.3	AfD	16
3.1.4	FDP	16
3.1.5	Grüne	17
3.1.6	Die Linke	18
3.1.7	Sonstige	18
3.1.8	Histogramm	19
3.2	Analyse der Bezirksdaten	19
3.2.1	Obere Ausreisser in Bezug auf alle Bezirke	19
3.2.2	Histogramm	21
3.3	Ausreisser nach unten	21
3.4	Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate	22
4	Mehrdimensionale Ausreisseranalyse	25
4.1	Analyse der Kreisdaten mit MCD	25
4.2	Bezirks-Ausreisser innerhalb der Kreise-Ausreisser	25
4.3	Analyse der Bezirksdaten mit MCD	26
4.4	Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate	28

5	MDS und Korrespondenzanalysen	29
6	Zusammenfassung	34
7	Anhang	37
	Literatur	42

List of Figures

1	Wahlbeteiligung (y) vs. CDU (x)	8
2	Wahlbeteiligung (y) vs. SPD (x)	9
3	Wahlbeteiligung (y) vs. AfD (x)	10
4	Wahlbeteiligung (y) vs. FDP (x)	11
5	Wahlbeteiligung (y) vs. Gruene (x)	12
6	Wahlbeteiligung (y) vs. Linke (x)	13
7	Wahlbeteiligung (y) vs. Sonstige (x)	14
8	KYST MDS der 22 Wahlkreise	31
9	CA der 22 Wahlkreise	32
10	CA der 38 Wahlkreise: Parteien	33
11	CA der 7012 Wahlbezirke: Parteien	34

1 Allgemeine Bemerkungen

Die Wahl zum 20. deutschen Bundestag fand am 26. September 2021 statt. Hier analysieren wir nur die Resultate für das Land Hessen. Die Daten der Wahlergebnisse wurden vom Hessen Statistischen Landesamt in Wiesbaden erhalten. Hier werden die Daten der Erst- und Zweitstimmen für 22 Wahlkreise und 7129 Wahlbezirke, wovon 1919 Briefwahlbezirke sind, analysiert. Obwohl die Daten die Abstimmungsergebnisse für sehr viel mehr Parteien enthalten, haben wir uns hier auf die Resultate der Parteien CDU, SPD, AfD, FDP, Grüne, Linke, und Sonstige konzentriert, wobei bei einigen (insbesondere den multivariaten) Analysen die "Sonstige" Partei aufgrund ihrer heterogenen Zusammensetzung nicht mit berücksichtigt wurde.

Folgende eindimensionale Methoden der Aufdeckung eindimensionaler Ausreisser wurden angewendet:

- Tukey Methode zum Testen der Interquartile Range (Tukey, 1977b),
- Grubbs (1969) Test, der auch in R enthalten ist,
- Thompson (1985) τ Test, der auch in Matlab enthalten ist,
- Dixon Q Test (Dixon, 1950; Rohrabacher, 1991; McBane, 2006), der in CMAT ähnlich dem in R implementiert ist.

Zwei Verfahren von P. Rousseeuw (Rousseeuw & Leroy, 1987) wurden für die mehrdimensionale Aufdeckung von Ausreissern verwendet:

MCD "Minimum Covariance Determinant" (ähnlich zu MVE, "Minimum Volume Ellipsoid")

LTS "Least Trimmed Squares" Regression (ähnlich zu LMS, "Least Median Squares" Regression)

Die Entscheidung wird hier aufgrund der Grösse des Wertes einer "robusten Distanz" getroffen, die eine Modifikation der sonst bekannteren Mahalanobis Distanz ist.

Die Anzahl der Wahlbezirke wurde um 117 von 7129 auf 7012 und die Anzahl der Briefwahlbezirke von 1919 auf 1910 verringert. Eine Tabelle der Namen der Wahlbezirke, die aus der Analyse entfernt wurden, da es bei ihnen keine gültigen Erst- und Zweitstimmen gab ist im Anhang gegeben.

Im folgenden eine Tabelle mit ein paar für die Wahl globalen Kennziffern:

Anzahl der Wahlbezirke	7012
Anzahl Briefwahlbezirke	1910
Anzahl Wahlkreise	22
Anzahl Wahlberechtigte.	4383047
Anzahl Stimmen Briefwahl	1695043
Anzahl Stimmen Wahllokal	1645596
Wahlbeteiligung in Prozent.	76.2 %
Anzahl Gueltige ErstStimmen	3295933
Anzahl Ungueltige ErstStimmen	44706
Anzahl Gueltige ZweitStimmen.	3300810
Anzahl Ungueltige ZweitStimmen.	39829

Die Namen der Wahlbezirke wurden leicht modifiziert, um erkenntlich zu machen, ob es sich um einen Lokal- oder Briefwahlbezirk handelt, und um den zugehörigen Wahlkreis zu enthalten. Ein Suffix mit "LW" und "BW" und angehangener GKZ-Nummer wird hier dazu verwendet. Im folgenden hier eine Tabelle, die die Summen der letzten Spalten des Datensatzes über alle Wahlbezirke gibt. Die dritte Spalte der Tabelle enthält Prozente bez. der Anzahl der Wahlberechtigten:

	Insgesamt		LokalW.	BriefW.
Wahlber. ges.	4383047	100.00	4383047	0
Wähler ges.	3340639	76.22	1645596	1695043

HE 2021: Anzahl Wahlberechtigte

	Zweitstimmen			
	Insgesamt		LokalW.	BriefW.
Ungültige	39829	1.19	25440	14389
Gültige	3300810	98.81	1620156	1680654
CDU	753512	22.56	348184	405328
SPD	910035	27.24	432646	477389
AfD	290978	8.71	188905	102073
FDP	421621	12.62	209449	212172
Grüne	521411	15.61	227897	293514
Die Linke	142585	4.27	76704	65881
Tierschutz	49047	1.47	23812	25235
Die PARTEI	29569	0.89	15860	13709
Fr. Wähler	56155	1.68	24368	31787
Piraten	13152	0.39	7230	5922
NPD	4511	0.14	2733	1778
ÖDP	3683	0.11	1739	1944
V_Partei	3128	0.1	1250	1878
MLPD	906	0	565	341
DKP	1294	0	675	619
dieBasis	43106	1.29	26206	16900
Bündnis C	4412	0.13	2287	2125
Bündnis21	1166	0	489	677
LKR	932	0	469	463
Humanisten	3551	0.11	1902	1649
Gesundheitsfg	4891	0.15	2281	2610
Todenhoefer	21897	0.66	16231	5666
Volt	19268	0.58	8274	10994
Sonstige	260668	7.80	136371	124297

HE 2021: Zusammengefasste Parteienresultate: Zweitstimmen

Die Prozentzahlen beziehen sich auf die Anzahl der Wähler. Beim Zusammenfassen der Parteien, die nicht zu CDU, SPD, AfD, FDP, Grüne und DieLinke und gehören, verbleiben 260668 Stimmen oder 7.80 Prozent der Wähler, die zur Gruppe der "Sonstigen" gehören. Man beachte, dass damit der Begriff "Sonstige" hier eine andere Bedeutung hat als sonst im Wahlchargon.

	Erststimmen			
	Insgesamt		LokalW.	BriefW.
Ungültige	44706	1.34	25441	19265
Gültige	3295933	98.66	1620155	1675778
CDU	909147	27.21	420552	488595
SPD	1000129	29.94	484794	515335
AfD	285337	8.54	185697	99640
FDP	315712	9.45	160822	154890
Grüne	480535	14.38	210886	269649
Die Linke	130457	3.91	70810	59647
Die PARTEI	22769	0.68	12083	10686
Fr. Wähler	81432	2.44	35864	45568
Piraten	4917	0.15	2538	2379
MLPD	969	0	572	397
DKP	233	0.007	126	107
dieBasis	47736	1.43	28599	19137
Bündnis C	1353	0	677	676
Bündnis21	172	0.005	81	91
LKR	103	0.003	58	45
Humanisten	472	0	221	251
Volt	7725	0.23	3115	4610
AktBürger	520	0	190	330
BüSo	123	0.004	66	57
CSB	461	0	140	321
Gem_sind_wir	385	0	111	274
Int_Bünd_167	151	0.005	63	88
Int_Bünd_169	107	0.003	55	52
Int_Bünd_171	103	0.003	46	57
Int_Bünd_187	273	0.008	112	161
Klimaliste	644	0	233	411
Ma_Pogo	271	0.008	152	119
Mascher	87	0.003	36	51
Neue Wege	435	0	135	300
REHBEIN	833	0	289	544
TNT	259	0.008	99	160
Unabhängige	951	0	419	532
Wir_alle_gem	716	0	371	345
Welt_zu_verlieren	416	0	143	273
Sonstige	174616	5.23	86594	88022

HE 2021: Zusammengefasste Parteienresultate: Erststimmen

Im Unterschied zu den Daten anderer Wahlen existiert hier keine Unterscheidung in Stadt- und Landbezirke. Eine grössere Tabelle, die für alle 22 Wahlkreise die folgenden Informationen enthält:

1. die Anzahl der im Kreis enthaltenen Bezirke,
2. die Anzahl der Wahlberechtigten,
3. die Anzahl der gültigen Stimmen,
4. die Anzahl der ungültigen Stimmen,
5. die Anzahl der Briefwählerstimmen.

befindet sich im Anhang dieses Dokuments.

2 Korrelation von Wahlbeteiligung und Stimmenanteil

Kobak u.a. (2016) untersuchen die Resultate verschiedener russischer Wahlen auf den Verdacht von Parteiunterstützenden ausgefüllten und hinzugefügten Wahlzetteln ("stuffed ballots"). Eine Folge von "stuffed ballots" sind erhöhte Anzahlen der Wahlbeteiligung und zeigen damit eine klar positive Korrelation zwischen der relativen Wahlbeteiligung und der Höhe des Stimmanteils bez. der bevorzugten Partei. Zeichnet man die Bezirke in einem zweidimensionalen scatter plot als Punkte, wobei eine der Dimensionen die relative Grösse der Wahlbeteiligung und die andere Dimension die relativen Stimmanteile der bevorzugten Partei misst, dann sollte darin eine bimodale Verteilung der Punkte entlang einer Geraden mit positivem Anstieg erkennbar sein, der untere Modus mit den sauberen und der obere mit den Bezirken, bei denen evtl. "stuffed ballots" auftreten.

Leider kann die relative Wahlbeteiligung auf Bezirksebene für die Briefwähler nicht festgestellt werden, da die Briefwahlbezirke den Wahllokalen und daher der Anzahl der Wahlberechtigten nicht zugeordnet werden können und daher die Anzahl der Wahlberechtigten für die Briefwahlbezirke aus den Daten nicht ersichtlich ist.

Die folgende Tabelle listet die Pearson Korrelation zwischen relativer Wahlbeteiligung und den Parteistimmen über alle Wahlkreise:

N	Partei	Corr	CI_low	CI_upp
1	CDU	0.49288 +	0.08996	0.75715
2	FDP	0.30845	-0.13007	0.64605
3	AfD	0.06060	-0.37047	0.47020
4	Grüne	-0.12840	-0.52176	0.30999
5	SPD	-0.19322	-0.56852	0.24864
6	Sonstige	-0.30673	-0.64494	0.13194
7	Linke	-0.44511 -	-0.72977	-0.02893

HE 2021: Wahlbeteil. vs. Parteistimmen

Wenn man nur die Korrelationen bez. der Wahlkreise betrachtet, kommt man evtl. zu folgendem Schluss: Das für "stuffed ballots" notwendige (aber nicht

hinreichende) Kriterium einer relativ grossen positiven Korrelation ist nur für die CDU erfüllt. Offenbar hatten die Linken, Sonstigen, SPD und die Grünen in solchen Wahlkreisen hohe Stimmanteile, in denen es eine geringe Wahlbeteiligung gab und es ist sehr unwahrscheinlich, dass es "stuffed ballots" zugunsten der Linken, Sonstigen, SPD oder der Grünen gegeben haben könnte.

Hier eine Tabelle, die die fünf Wahlkreise mit grösster und geringster Wahlbeteiligung zeigt:

Grösste Wahlbet.	Kreis	Kleinste Wahlbet.	Kreis
80.668	15 Main-Taunus	72.002	19 Offenbach
80.077	10 Hochtaunus	72.067	16 Frankfurt_M_I
78.540	11 Wetterau_I	72.945	13 Wiesbaden
78.466	20 Darmstadt	74.253	18 Gross_Gerau
78.430	8 Fulda	74.266	6 Lahn_Dill

HE 2021: Kreise mit extremer Wahlbeteiligung

Im Vergleich zu den Wahlen im Jahre 2018, treten hier wieder die beiden Kreise als die mit Abstand mit höchster Wahlbeteiligung auf:

Die univariaten Ausreisser Methode von Thompson findet die folgenden Ausreisser nach oben:

1. 15 Main-Taunus
2. 10 Hochtaunus

Ungewichtet				
	99 Prozent		95 Prozent	
Mittel	Unteres CI	Oberes CI	Unteres CI	Oberes CI
0.7622	0.7489	0.7755	0.7521	0.7723
Gewichtet				
	99 Prozent		95 Prozent	
Mittel	Unteres CI	Oberes CI	Unteres CI	Oberes CI
0.7623	0.7495	0.7751	0.7525	0.7720

HE 2021: Konfidenzintervalle Wahlbeteiligung

Die folgenden sieben Graphen zeigen die Wahlkreise in einem (x, y) plot, wobei x die Höhe der Wahlbeteiligung und y das prozentuale Resultat für die Partei darstellen. Interessant für "stuffed ballots" sind insbesondere die Wahlkreise in der rechten oberen Ecke des Plots, die sowohl eine hohe Wahlbeteiligung als auch ein gutes Wahlresultat für die Partei zeigen.

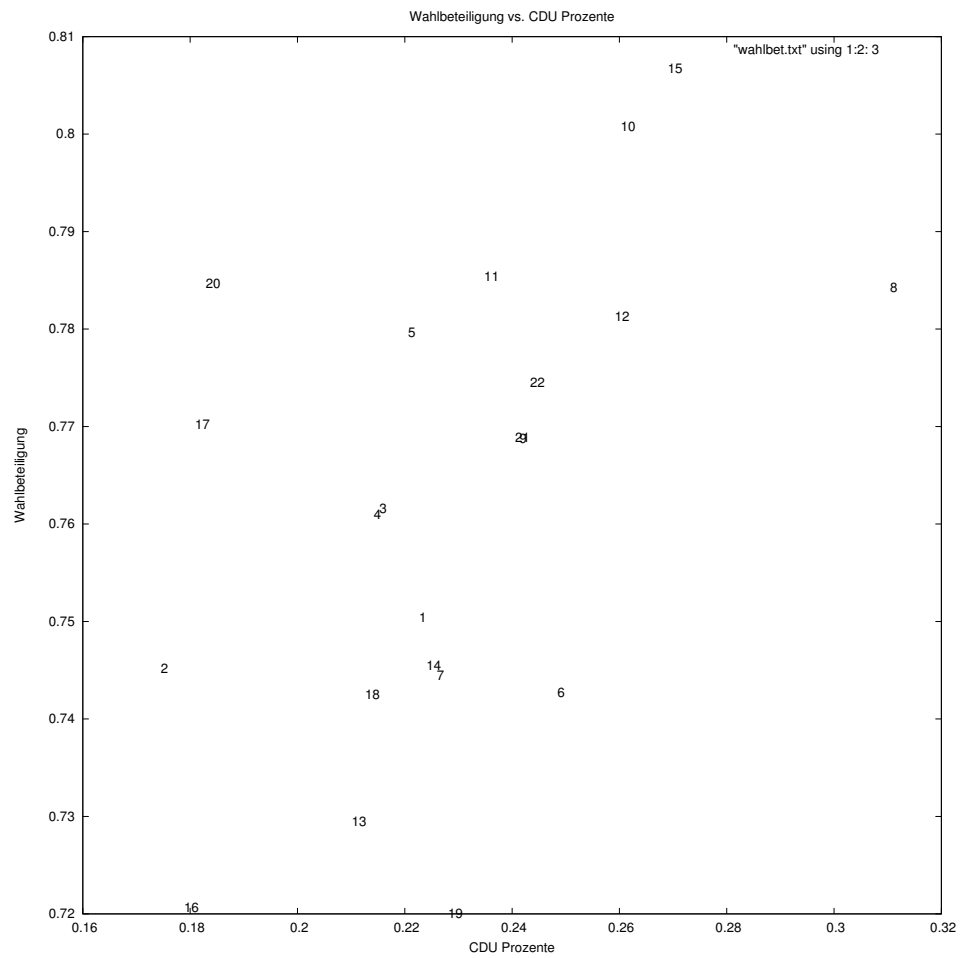


Figure 1: Wahlbeteiligung (y) vs. CDU (x)

Einige Wahlkreise CDU			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
8	Fulda	11	Wetterau_I
15	Main-Taunus	12	Rheingau-Taunus-Limburg
10	Hochtaunus		

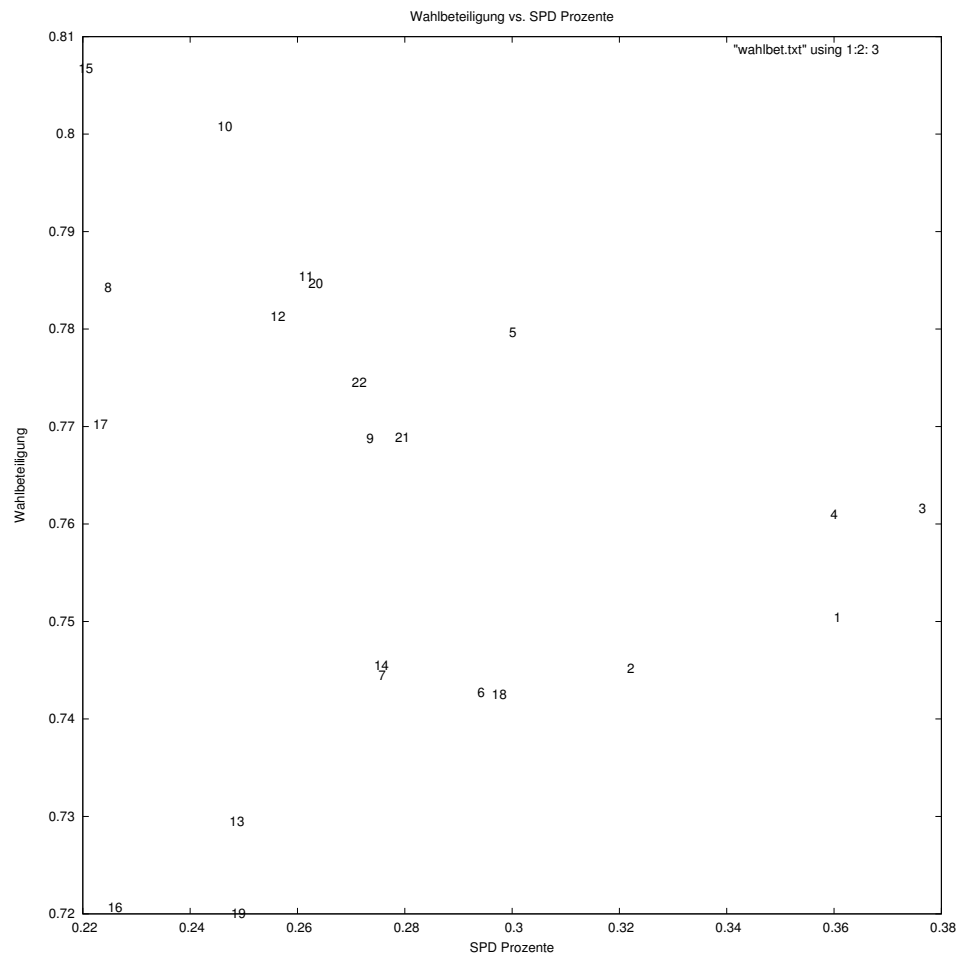


Figure 2: Wahlbeteiligung (y) vs. SPD (x)

Einige Wahlkreise SPD			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
3	Werra_Meissner_Her_Rot	4	Schwalm_Eder
1	Waldeck	2	Kassel
5	Marburg		

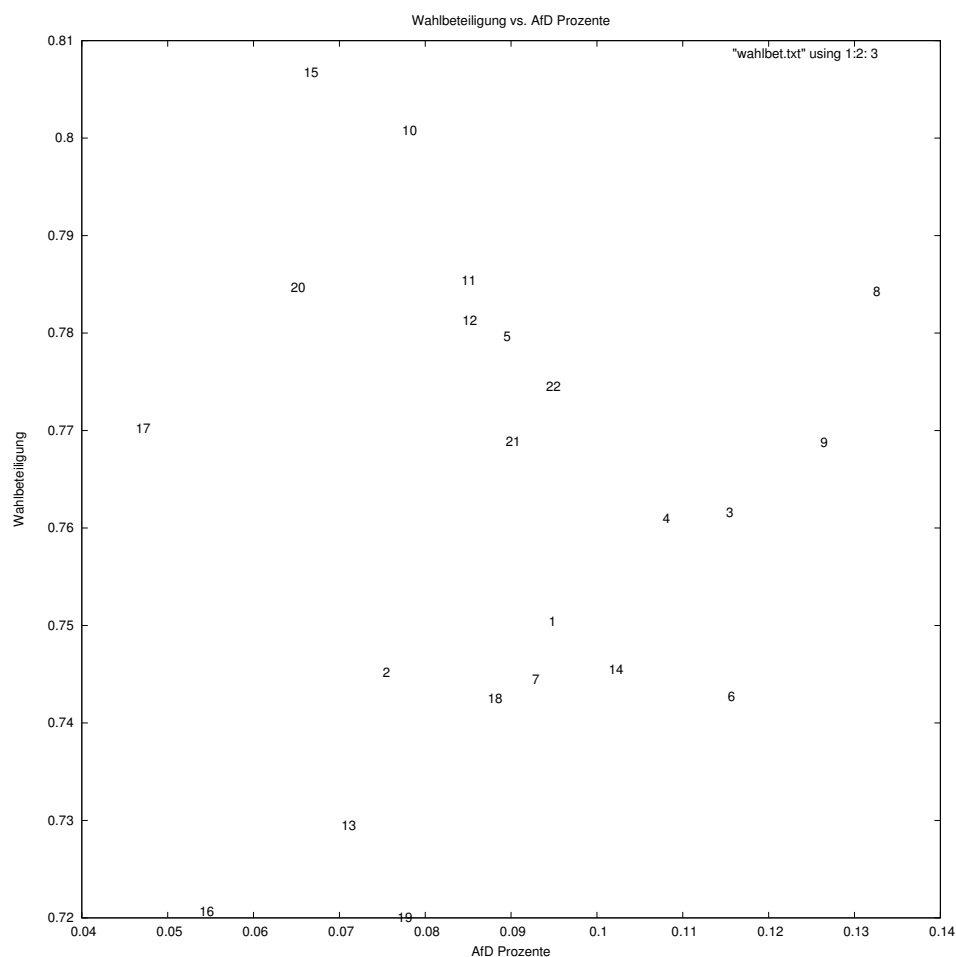


Figure 3: Wahlbeteiligung (y) vs. AfD (x)

Einige Wahlkreise AfD			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
8	Fulda	9	Main_Kinz_Wet_ILScho
3	Werra_Meissner_Her_Rot	4	Schwalm_Eder

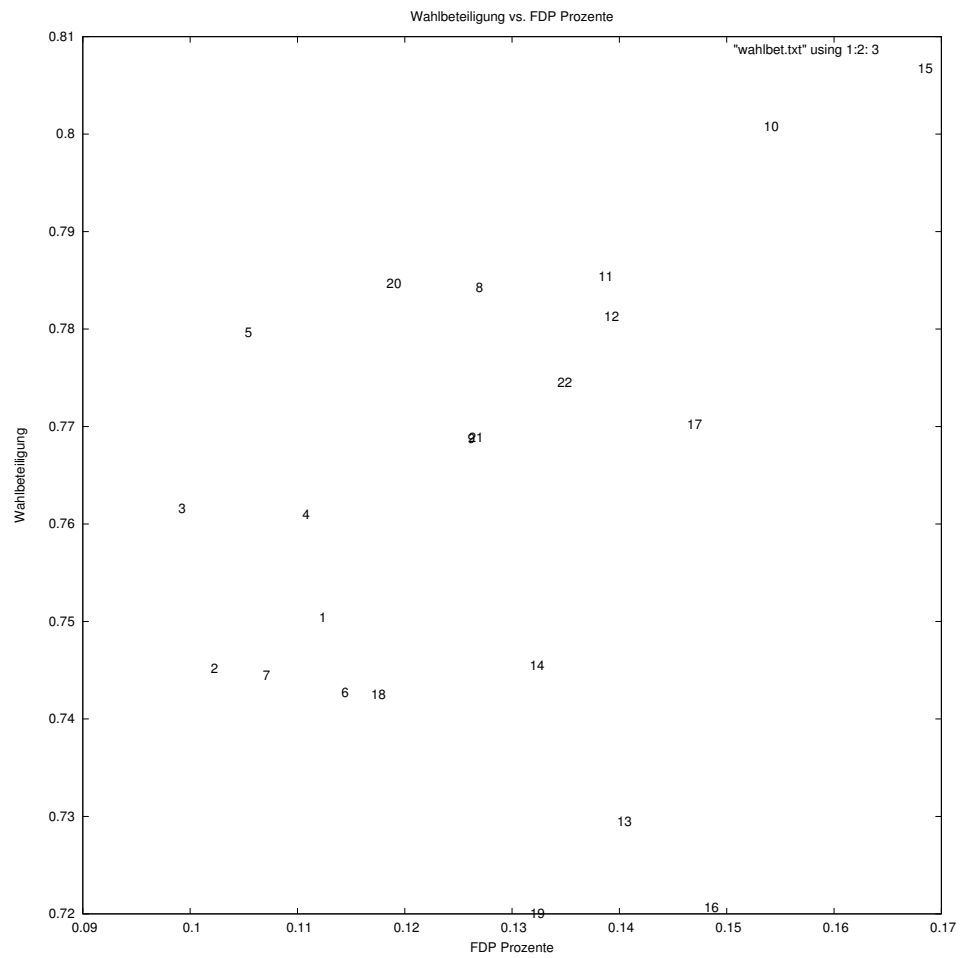


Figure 4: Wahlbeteiligung (y) vs. FDP (x)

Einige Wahlkreise FDP			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
15	Main-Taunus	10	Hochtaunus
11	Wetterau_I	12	Rheingau-Taunus_Limburg
17	Frankfurt_M.II	22	Bergstrasse

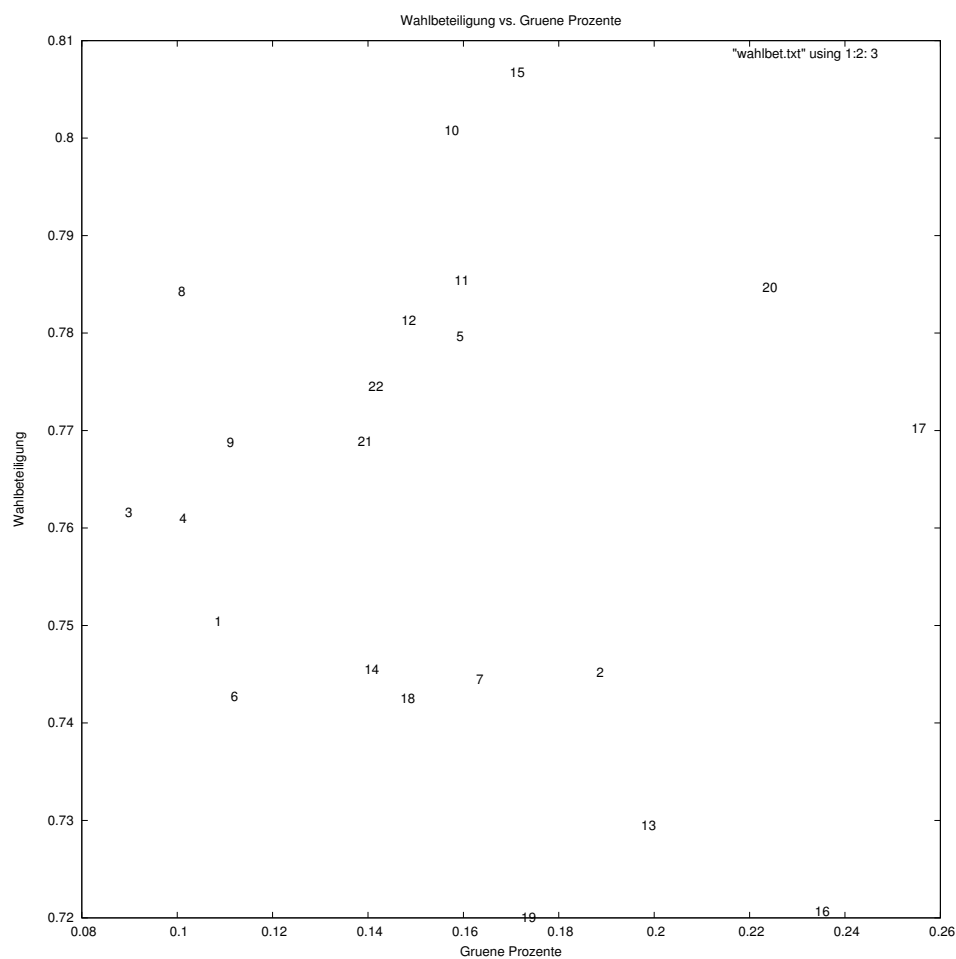


Figure 5: Wahlbeteiligung (y) vs. Gruene (x)

Einige Wahlkreise Grüne			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
20	Darmstadt	17	Frankfurt_M_II
15	Main-Taunus	10	Hochtaunus
11	Wetterau_I	5	Marburg

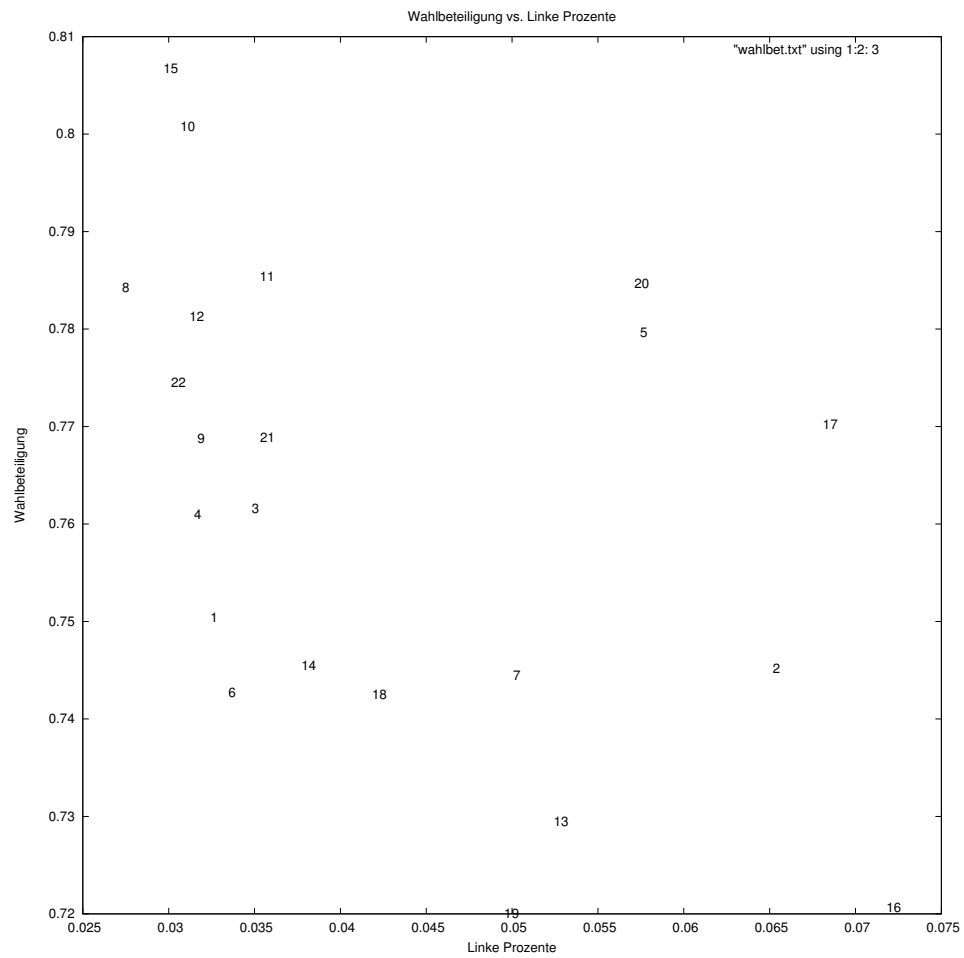


Figure 6: Wahlbeteiligung (y) vs. Linke (x)

Einige Wahlkreise Linke			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
20	Darmstadt	5	Marburg
17	Frankfurt_M-II	2	Kassel
7	Giessen	13	Wiesbaden

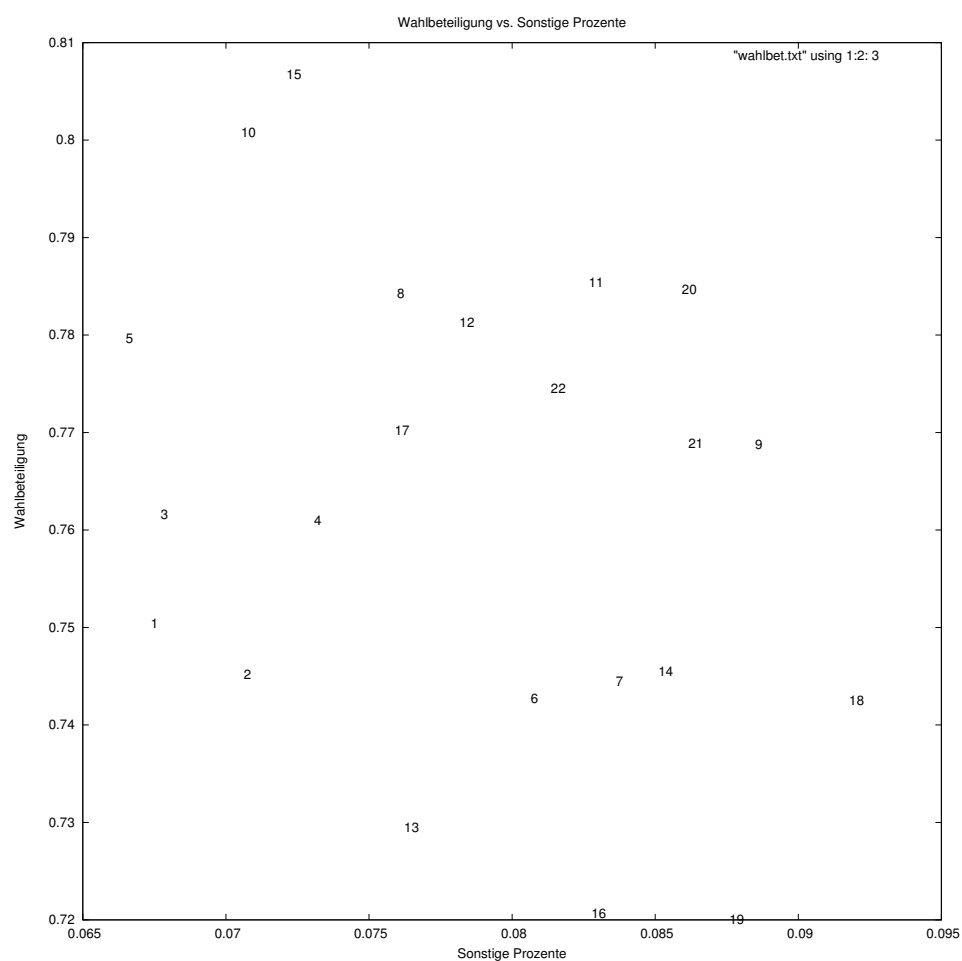


Figure 7: Wahlbeteiligung (y) vs. Sonstige (x)

Einige Wahlkreise Sonstige			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
20	Darmstadt	11	Wetterau_I
22	Bergstrasse	21	Odenwald
9	Main_Kinz_Wet_IL_Scho	18	Gross_Gerau

3 Eindimensionale Ausreisseranalyse

3.1 Analyse der Ausreisser-Kreise

Hier werden zunächst die Wahlkreise bestimmt, die für die Parteien die besten Resultate zeigten. Anschliessend werden diese gefundenen Ausreisserkreise weiter nach Ausreisern in ihren Bezirken untersucht.

3.1.1 CDU

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

[1] 8 Fulda

Der Kreis 15= Fulda_II hat mit über 78 Prozent der Wahlberechtigten auch die fünfthöchste Wahlbeteiligung und wird auch bei der AfD als Ausreisser gefunden. Beide Kreise werden auch bei der mehrdimensionalen Analyse in Abschnitt 4.1 gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Bezirksausreisser:

Partei: CDU, Kreis: 8= Fulda	
8 : Fulda	* 2845 : Hilders_Marktgem_Brand_0003_LW
8 : Fulda	* 2889 : Huenfeld_K_Zuse_St_Molzb_Buergerh_ah_Gastst_0040_LW
8 : Fulda	* 2692 : Eiterfeld_Marktgem_Betzenrod_0002_LW

HE 2021: Ausreisser für CDU

Die mit einem Asterisk gekennzeichneten Bezirke werden auch bei der bezirkswweisen Analyse in Abschnitt 3.2.1 gefunden.

3.1.2 SPD

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

[1] 3 Werra_Meissner_Hersf_Rotenbg

[2] 1 Waldeck

[3] 4 Schwalm_Eder

[4] 2 Kassel

Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: SPD, Kreis: 3= Werra_Meissner_Her_Rot	
3 : Werra_Meissner_Her_Rot	* 971 : Hess_Lichtenau_St_Hopfede_MZHalle_0141_LW
Partei: SPD, Kreis: 1= Waldeck	
1 : Waldeck	* 25 : Baunatal_St_BWbez_0130_BW
1 : Waldeck	104 : Liebenau_St_Haueda_0005_LW
Partei: SPD, Kreis: 4= Schwalm_Eder	
4 : Schwalm_Eder	* 1473 : Haina_Kloster_Battenhn_Huettenrode_0020_LW
4 : Schwalm_Eder	* 1477 : Haina_Kloster_Halgehn_Bockendorf_0060_LW
4 : Schwalm_Eder	* 1223 : Homberg_Efze_Reform_st_Kr_st_Sondh_0025_LW
Partei: SPD, Kreis: 2= Kassel	
2 : Kassel	621 : Fuldata_Wahnhn_0009_LW
2 : Kassel	662 : Soehrewald_BWbez_9100_BW
2 : Kassel	652 : Nieste_BWbez_9100_BW

HE 2021: Ausreisser für SPD

Die mit einem Asterisk gekennzeichneten Bezirke werden auch bei der bezirkswisen Analyse in Abschnitt 3.2.1 gefunden.

3.1.3 AfD

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 8 Fulda
- [2] 9 Main_Kinzig_Wet_II_Schot

Der Kreis 15= Fulda_II wird auch bei der CDU gefunden. Man notiere, dass Kreis Fulda_II auch die vierthöchste Wahlbeteiligung zeigt und wird auch bei der Analyse in Abschnitt 4.1 als mehrdiemnsionaler Ausreisser gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: AfD, Kreis: 8= Fulda	
8 : Fulda	* 2898 : Kalbach_Eichenried_0001_LW
8 : Fulda	* 2728 : Fulda_St_Astrid_Lindgren_Sch_1_0074_LW
8 : Fulda	* 2556 : Grebenhain_Hartmannshain_0005_LW
Partei: AfD, Kreis: 9= Main_Kinz_Wet_II_Scho	
9 : Main_Kinz_Wet_II_Scho	* 3156 : Steinau_ad_Str_Br_Grimm_St_Stein_Bell_0003_LW
9 : Main_Kinz_Wet_II_Scho	3270 : Schotten_St_Burkhards_Dorfgem_haus_0004_LW
9 : Main_Kinz_Wet_II_Scho	3034 : Birstein_Hettersroth_0006_LW

HE 2021: Ausreisser für AfD

Die mit einem * gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirkswisen Analyse in 3.2.1 aus Ausreisser gefunden.

3.1.4 FDP

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 15 Main-Taunus

Der Kreis 36= Frankfurt_M.III wird auch bei den Grünen gefunden, aber mit anderen Bezirken. Die Kreise Koeln_II und Duesseldorf_III werden auch bei der multidimensionalen MCD Analyse gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: FDP, Kreis: 15= Main-Taunus	
15 : Main-Taunus	* 4691 : Koenigstein_iT_St_Stteil_Falkenst_Nord_0008_LW
15 : Main-Taunus	4692 : Koenigstein_iT_St_Stteil_Falkenst_Sued_0007_LW
15 : Main-Taunus	4688 : Koenigstein_iT_St_Koenigst_Stmitte_0004_LW

HE 2021: Ausreisser für FDP

Die mit einem * gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirksweisen Analyse in 3.2.1 als Ausreisser gefunden.

3.1.5 Grüne

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 17 Frankfurt_M_II
- [2] 16 Frankfurt_M_I
- [3] 20 Darmstadt

Man notiere, Kreis 20= Darmstadt zeigt die vierthöchste Wahlbeteiligung mit über 78 Prozent, siehe Tabelle im Kapitel 2. Dieselben drei Kreise werden auch als Ausreisser bei der multidimensionalen MCD Analyse in Abschnitt 4.1 gefunden!

Alle drei Kreise 17= Frankfurt_M_II, 16= 17 Frankfurt_M_I und 20= Darmstadt werden auch bei den Linken als Ausreisserkreise gefunden, aber mit anderen Bezirken. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: Grüne, Kreis: 17= Frankfurt_M_II	
17 : Frankfurt_M_II	5277 : Frankfurt_aM_St_BWbez_Nordend_Ost_0703_BW
17 : Frankfurt_M_II	5275 : Frankfurt_aM_St_BWbez_Nordend_Ost_0705_BW
Partei: Grüne, Kreis: 16= Frankfurt_M_I	
16 : Frankfurt_M_I	4967 : Frankfurt_aM_St_BWbez_Bockenh_1208_BW
16 : Frankfurt_M_I	4966 : Frankfurt_aM_St_BWbez_Bockenh_1207_BW
16 : Frankfurt_M_I	4964 : Frankfurt_aM_St_BWbez_Bockenh_1205_BW
Partei: Grüne, Kreis: 20= Darmstadt	
20 : Darmstadt	* 6103 : Darmstadt_Wiss_st_BWbez_2025_BW
20 : Darmstadt	* 6099 : Darmstadt_Wiss_st_BWbez_2021_BW
20 : Darmstadt	6105 : Darmstadt_Wiss_st_BWbez_2027_BW

HE 2021: Ausreisser für Grüne

Die mit einem * gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirksweisen Analyse in 3.2.1 als Ausreisser gefunden.

3.1.6 Die Linke

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 16 Frankfurt_M_I
- [2] 17 Frankfurt_M_II
- [3] 2 Kassel
- [4] 5 Marburg
- [5] 20 Darmstadt

Man notiere, Kreis 20= Darmstadt zeigt die vierthöchste Wahlbeteiligung, siehe Tabelle im Kapitel 2. Drei der fünf Kreise 16= Frankfurt_M_I, 2= Kassel und 5= Marburg werden auch als Ausreisser bei der multidimensionalen MCD Analyse in Abschnitt 4.1 gefunden!

Die Kreise 17= Frankfurt_M_II, 20= Darmstadt und 16= Frankfurt_M_I werden auch bei den Grünen als Ausreisser gefunden, aber mit anderen Bezirken. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: Die Linke, Kreis: 38= Frankfurt_M_I	
16 : Frankfurt_M_I	4948 : Frankfurt_aM_St_Berufsbildungsztm_5102_LW
16 : Frankfurt_M_I	5187 : Frankfurt_aM_St_Titania_6101_LW
16 : Frankfurt_M_I	4954 : Frankfurt_aM_St_Bonifatiuschule_4102_LW
Partei: Die Linke, Kreis: 17= Frankfurt_M_II	
17 : Frankfurt_M_II	5202 : Frankfurt_aM_St_AWO_Nordendztm_1101_LW
17 : Frankfurt_M_II	5414 : Frankfurt_aM_St_Klingerschule_3003_LW
17 : Frankfurt_M_II	5207 : Frankfurt_aM_St_Altent_staette_d_AWO_4001_LW
Partei: Die Linke, Kreis: 2= Kassel	
2 : Kassel	* 531 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1131_LW
2 : Kassel	* 392 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_4_1194_BW
2 : Kassel	* 390 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_2_1192_BW
Partei: Die Linke, Kreis: 5= Marburg	
5 : Marburg	* 1678 : Marburg_Uni_St_Altstadt_III_Blinden_anstalt_1103_LW
5 : Marburg	1756 : Marburg_Uni_St_Ortenberg_I_Hotelfachschule_3301_LW
5 : Marburg	1713 : Marburg_Uni_St_Campusviertel_II_Behoerdenztm_1302_LW
Partei: Die Linke, Kreis: 20= Darmstadt	
20 : Darmstadt	6197 : Darmstadt_Wiss_st_Interimsgeb_B_Brecht_Sch_0230_LW
20 : Darmstadt	6225 : Darmstadt_Wiss_st_Schillerschule_0200_LW
20 : Darmstadt	6196 : Darmstadt_Wiss_st_Interimsgeb_B_Brecht_Sch_0220_LW

HE 2021: Ausreisser für Linke

Die mit einem * gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirksweisen Analyse in 3.2.1 als Ausreisser gefunden.

3.1.7 Sonstige

Für die Sonstigen werden keine Kreise gefunden, die sich als Ausreisser qualifizieren.

3.1.8 Histogramm

Verteilung der relativen Häufigkeiten innerhalb der Wahlkreise für die einzelnen Parteien:

Histogramm=

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CDU		4	0	4	5	3	2	2	1	0	1
SPD		4	3	3	5	2	1	1	0	2	1
AfD		2	0	3	3	4	4	1	2	1	2
FDP		3	3	3	3	2	4	1	2	0	1
Gruene		3	3	1	4	5	2	1	0	2	1
Linke		7	5	1	1	0	3	2	0	1	2
Sonst		3	2	2	3	1	2	3	3	2	1

Im Normalfalle sollte es annähernd eine Normalverteilung geben, d.h. wenig Kreise mit sehr geringen oder sehr hohen relative Häufigkeiten und relativ viele Kreise mit mittleren Häufigkeiten. D.h. für die Linken gab es hier relativ viele Wahlbezirke mit sehr kleinen Stimmanteilen.

3.2 Analyse der Bezirksdaten

3.2.1 Obere Ausreisser in Bezug auf alle Bezirke

Hier werden die Bezirksweise höchsten Wahlresultate für die einzelnen Parteien berichtet, ohne dabei die Resultate in den Wahlkreisen in Betracht zu ziehen.

Bezirksausreisser für Partei: CDU	
Wahlkreis	Wahlbezirk
5 : Marburg	1642 : Kirchhain_St_Emsdorf_Gemein.haus.0010_LW
8 : Fulda	* 2845 : Hilders_Marktgem_Brand.0003_LW
8 : Fulda	* 2889 : Huenfeld_K_Zuse_St_Molz.Buergerh.eh.Gastst.0040_LW
8 : Fulda	* 2692 : Eiterfeld_Marktgem.Betzenrod.0002_LW
8 : Fulda	2873 : Hosenfeld_Pfaffenrod.0006_LW
Bezirksausreisser für Partei: SPD	
Wahlkreis	Wahlbezirk
3 : Werra_Meissner_Her_Rot	* 971 : Hess_Lichtenau_St_Hopfelde_MZHalle.0141_LW
4 : Schwalm_Eder	* 1473 : Haina_Kloster_Battenhn_Huettenrode.0020_LW
4 : Schwalm_Eder	* 1477 : Haina_Kloster_Halgehn_Bockendorf.0060_LW
1 : Waldeck	* 25 : Baunatal_St_BWbez.0130_BW
4 : Schwalm_Eder	* 1223 : Homberg_Efze_Reform.st_Kr.st_Sondh.0025_LW
Bezirksausreisser für Partei: AfD	
Wahlkreis	Wahlbezirk
8 : Fulda	* 2898 : Kalbach_Eichenried.0001_LW
8 : Fulda	* 2728 : Fulda_St_Astrid_Lindgren_Sch.1.0074_LW
8 : Fulda	* 2556 : Grebenhain_Hartmannshain.0005_LW
4 : Schwalm_Eder	1455 : Frankenberg_Eder_Phil_Soldan_St_Ederbgldh_IL.0091_LW
9 : Main_Kinz_Wet_IL_Scho	* 3156 : Steinau_ad_Str.Br_Grimm_St_Stein_Bell.0003_LW

Bezirksausreisser für Partei: FDP	
Wahlkreis	Wahlbezirk
16 : Frankfurt_M_I 1 : Waldeck 16 : Frankfurt_M_I 9 : Main_Kinz_Wet_II_Scho 15 : Main-Taunus	5007 : Frankfurt_aM_St_BWbez_Hedderheim_2402_BW 228 : Diemelsee_OT_Sudeck_Dorfgem_haus_0011_LW 5159 : Frankfurt_aM_St_Pax_People_6205_LW 3228 : Gedern_St_Nieder_Seemen_0005_LW * 4691 : Koenigstein_iT_St_Stteil_Falkenst_Nord_0008_LW
Bezirksausreisser für Partei: Grüne	
Wahlkreis	Wahlbezirk
5 : Marburg 20 : Darmstadt 5 : Marburg 20 : Darmstadt 5 : Marburg	1682 : Marburg_Uni_St_BWbez_1_Altstadt_0001_BW * 6103 : Darmstadt_Wiss_st_BWbez_2025_BW (3) 1678 : Marburg_Uni_St_Altstadt_III_Blinden_anstalt_1103_LW * 6099 : Darmstadt_Wiss_st_BWbez_2021_BW 1704 : Marburg_Uni_St_BWbez_3_Campusviertel_0003_BW
Bezirksausreisser für Partei: Linke	
Wahlkreis	Wahlbezirk
2 : Kassel 2 : Kassel 5 : Marburg 2 : Kassel 19 : Offenbach	*(1) 531 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1131_LW *(2) 392 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_4_1194_BW *(3) 1678 : Marburg_Uni_St_Altstadt_III_Blinden_anstalt_1103_LW *(4) 390 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_2_1192_BW (5) 5807 : Offenbach_aM_St_Gewerblich_technische_Sch_0001_LW
Bezirksausreisser für Partei: Sonstige	
Wahlkreis	Wahlbezirk
12 : Rheingau-Taunus_Limburg 4 : Schwalm_Eder 8 : Fulda 18 : Gross_Gerau 19 : Offenbach	3921 : Lorch_St_Dorfgem_haus-Taunusstr_42_0006_LW 1282 : Morschen_Eubach_0003_LW 2533 : Freiensteinau_Gunzenau_0007_LW 5707 : Ruesselsheim_aM_St_Goetheschule_0003_LW 5857 : Dietzenbach_Kr_st_Bildungshaus_Rodgastr_9_0011_LW

HE 2021: Bezirksausreisser 2

Die mit einem * gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirksweisen Analyse in 3.1 aus Ausreisser gefunden. Die Ziffern in Klammern vor dem Namen des Wahlbezirkes bei Linken und Sonstigen, bedeutet dass dieser Wahlbezirk, in dem Falle also z.B. (1) * 4746 : Kassel... auch bei der bezirksweisen multidimensionalen MCD Analyse in Abschnitt 4.3 als Ausreisser auf dem entsprechenden Rangplatz (im Beispiel also dem ersten) gefunden wurde.

Es überrascht die relativ hohe Übereinstimmung zwischen ein- und mehrdimensionalen (in Abschnitt 4.3) Ausreissern bei den Wahlergebnissen zugunsten der Linken und Sonstigen.

3.2.2 Histogramm

Verteilung der relativen Häufigkeiten in den Wahlbezirken für die einzelnen Parteien:

Histogram=		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CDU		98	516	1623	2548	1498	502	156	52	11	8
SPD		24	237	1220	2354	1889	830	366	72	17	3
AfD		768	2374	1958	1258	459	150	35	6	2	2
FDP		61	683	2681	2448	804	222	83	23	5	2
Gruene		332	1623	2207	1496	672	328	182	114	48	10
Linke		2351	3296	842	314	141	43	14	7	2	2
Sonst		56	437	1895	2609	1394	461	112	32	13	3

3.3 Ausreisser nach unten

Die nachfolgende Tabelle zeigt die Anzahl der Wahlbezirke in denen die entsprechende Partei keine (0) Stimmen erhalten hat.

Partei	CDU	SPD	AfD	FDP	Grüne	Linke	Sonst.
N Wahlbezirke	0	0	2	0	10	102	8

HE 2021: Nullstimmenbezirke 1

Die Namen der 102 Wahlbezirke bei denen es keine Stimmen für die Linken gab können vom Autor erhalten werden. Für AfD, Grüne und Sonstige sind das die folgenden Wahlbezirke:

bf Partei	N	Wkreis	Wahlbezirk
AfD	1	3	811 : Kirchheim_Reckerode_0080_LW
AfD	2	4	1210 : Homberg_Efze_Reform_st_Kr_st_Hombergshn_0015_LW
Grüne	1	3	695 : Alheim_Obergude_0009_LW
Grüne	2	3	805 : Kirchheim_Gersdorf_0030_LW
Grüne	3	3	811 : Kirchheim_Reckerode_0080_LW
Grüne	4	3	933 : Herleshausen_Archfeld_0080_LW
Grüne	5	3	954 : Herleshausen_Breitzbach_0030_LW
Grüne	6	4	1206 : Homberg_Efze_Reform_st_Kr_st_Dickershausen_0013_LW
Grüne	7	4	1378 : Spangenberg_Liebenbachstadt_Weidelbach_Gemein_haus_0015_LW
Grüne	8	8	2559 : Grebenhain_Metzlos_0009_LW
Grüne	9	12	3920 : Lorch_St_Buergerraum_Am_Ranselberg_2a_0003_LW
Grüne	10	21	6623 : Oberzent_St_Hebstahl_0009_LW
Sonstige	1	1	224 : Diemelsee_OT_Ottlär_Dommelhalle_0007_LW
Sonstige	2	3	1001 : Meissner_Wolfterode_0007_LW
Sonstige	3	4	1140 : Frielendorf_Marktflecken_Schoenborn_0101_LW
Sonstige	4	4	1450 : Frankenberg_Eder_Ph_Soldan_St_Dorf_g_haus_Rodenb_0012_LW
Sonstige	5	4	1504 : Voehl_Natparkgem_Schmittlotheim_0013_LW
Sonstige	6	7	2490 : Homberg_Ohm_St_Dannenrod_0006_LW
Sonstige	7	8	2986 : Tann_Rhoen_St_Neuschwambach_0007_LW
Sonstige	8	8	2987 : Tann_Rhoen_St_Neuschwambach_0008_LW

3.4 Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate

In der Vergangenheit hat es immer wieder einmal Probleme mit der Verfälschung von Briefwahldaten gegeben. Das Problem dabei ist, dass eine sichere Aufbewahrung über einen grösseren Zeitraum schwer realisierbar ist.

Ein χ^2 Test, der testet ob die gültigen und ungültigen Stimmen bei Brief- und Lokalwählern gleich verteilt sind, wird mit $\chi^2 = 41006$ verworfen.

Prozentualer Anteil Brief- und Lokalwähler für Parteien:

Rang	Partei	Briefwähler	Lokalwähler
1	Grüne	56.292	43.708
2	CDU	53.792	46.208
3	SPD	52.458	47.542
4	FDP	50.323	49.677
5	Sonstige	47.684	52.316
6	Linke	46.205	53.795
7	AfD	35.079	64.921

HE 2021: Briefwahlanteil

Gemessen in Prozenten gab es die wenigsten Briefwähler bei der AfD und den Linken, die meisten dagegen bei den Grünen, der CDU und der SPD.

Es interessieren sicher die Kreise, bei der die relative (prozentuale) Anzahl der Briefwähler Ausreisser nach oben sind:

Partei	Rang	Ausreisser Kreis	Value
CDU			
SPD	1	12 Rheingau-Taunus_Limburg	0.5909
AfD			
FDP			
Grüne			
LINKE			
Sonstige			
Insgesamt			

HE 2021: Ausreisserkreise Brief- und Lokalwähler

Die Pearson und Spearman Korrelationen zwischen den Wahlergebnissen der Brief- und Lokalwählern insgesamt über alle Kreise offenbaren, dass es keine wesentlichen Unterschiede gibt:

Partei	Pearson	Spearman
CDU	0.95831	0.92660
SPD	0.95754	0.95144
AfD	0.97080	0.94015
FDP	0.92321	0.95031
Grüne	0.97491	0.96160
Linke	0.95635	0.92321
Sonstige	0.69227	0.71880

HE 2021: Korrelation Brief- und Lokalwähler

Vergleicht man die relativen Wahlergebnisse der Wahlkreise zwischen Briefwahl und Lokalwahl erhält man die folgenden Mittelwerte und in der letzte Zeile die relative Differenz ($Brief - Lokal$)/ $Lokal$:

Partei	CDU	SPD	AfD	FDP	Grüne	Linke	Sonstige
Brief	0.2406	0.2877	0.0616	0.1252	0.1720	0.0392	0.0737
Lokal	0.2152	0.2675	0.1169	0.1298	0.1396	0.0468	0.0842
RelDiff	0.1178	0.0754	-0.4732	-0.0350	0.2321	-0.1623	-0.1243

HE 2021: Differenz Brief- und Lokalwahl

Je höher der Wert der relativen Differenz, desto grösser ist der Anteil der Briefwahlstimmen im Vergleich zu den Wahllokalstimmen der jeweiligen Partei. Für grosse positive Werte sollte es evtl. eine Begründung geben. Die Summe der ersten zwei Zeilen ist jeweils 1.

Die p Werte für den Vergleich der Mittelwerte der relativen Wahlkreisdaten mit den folgenden Tests

1. übliche t Test
2. Welsh t test
3. Wilcoxon (Man-Whitney) test

zeigt die nächste Tabelle, die, mit Ausnahme der FDP, SPD und evtl. der Grünen, für alle Parteien zeigt, dass die Mittelwerte für Brief- und Lokalwahl signifikant verschieden sind:

Partei	Common t Test	Welsh t Test	Man-Whitney
CDU	0.01337	0.01348	0.00632
SPD	0.15485	0.15570	0.17893
AfD	3e-010	2e-009	3e-009
FDP	0.42708	0.42730	0.33347
Grüne	0.02107	0.02126	0.03268
Linke	0.08327	0.08352	0.02549
Sonstige	0.00015	0.00016	0.00050

HE 2021: t Test für Mittelwertdifferenz

Das bedeutet, dass es mit Ausnahme von AfD, Sonstigen und evt. Grünen für alle anderen Parteien keine signifikanten Unterschiede im Wahlverhalten zwischen Briefwählern und Lokalwählern gibt.

Um Ausreisser beim Vergleich von Brief- und Lokalwählern zu ermitteln haben wir uns entschlossen, so vorzugehen:

1. Zuerst berechnen wir die relativen Häufigkeiten der Stimmen für jede Partei bei Brief- und Lokalwählern für jeden Wahlkreis. (Prozentwerte sind das hundertfache der relativen Häufigkeiten.)
2. Dann berechnen wir die Differenzen zwischen den Briefwahl- und Lokalwahl-Paaren. Bei einem relativ normalen Abstimmungsverhalten sollten diese Werte nahezu bei Null liegen.

3. Wir erhalten so einen eindimensionalen Datensatz mit der Länge der Anzahl der Wahlkreise, den wir auf Ausreisser zugunsten der Briefwähler bzw. Lokalwähler testen können.

Aufgrund der Informationen in den obigen Tabellen erwarten wir kaum Ausreisser bei den Differenzen zwischen Briefwahl- und Lokalwahl-Resultaten. Ein + Zeichen in der letzten Spalte der Tabelle zeigt an, dass es sich hier um einen Ausreisser zugunsten der Briefwahl handelt während ein - einen Ausreisser zugunsten der Lokalwahl anzeigt.

Partei	Rang	Wahlkreis	+ oder -
CDU			
SPD	1	16 Frankfurt _M _I	-
	2	17 Frankfurt _M _II	-
	3	13 Wiesbaden	-
	4	4 Schwalm_Eder	+ *
	5	1 Waldeck	+ *
AfD	1	17 Frankfurt_M_II	+
	2	16 Frankfurt _M _I	+
	3	8 Fulda	- o
FDP	1	16 Frankfurt_M_I	+
	2	17 Frankfurt _M _II	+
	3	13 Wiesbaden	+
Grüne	1	16 Frankfurt _M _I	+ *
	2	2 Kassel	+
Linke	1	20 Darmstadt	- o
Sonstige	2	16 Frankfurt_M_I	- o
	1	16 Frankfurt_M_I	-

HE 2021: Ausreisser von Brief- und Lokalwahl Differenz

Einige der hier gefundenen Kreise wurden auch als Ausreisser in Kapitel 3.1 gefunden. Allerdings wurden dort Ausreisser in der Höhe des allgemeinen (Lokal- und Briefwahlen) Stimmverhaltens bez. der Parteien aufgedeckt, während hier Ausreisser im Vergleich der Stimmenanteile zwischen Lokal- und Briefwahlen gefunden wurden.

- * Kreise die hier mit einem Asterisk * gekennzeichnet sind: Der Wahlkreis ist als Ausreisser erkannt worden was hier mit positivem Briefwahlverhalten unterstützt wird.
- o Kreise die hier mit einem Kreis o gekennzeichnet sind: Der Wahlkreis ist als Ausreisser erkannt worden trotz des negativen Briefwahlverhalten hier.

4 Mehrdimensionale Ausreisseranalyse

4.1 Analyse der Kreisdaten mit MCD

Die folgende Tabelle enthält die Wahlkreise, die für alle Parteien die 8 bedeutendsten multidimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz. Die Spalte **Mahal.** zeigt den Wert der Mahalanobis Distanz:

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Kreise 3.1	Kreise 3.2
1	15.697	2.6075	17 Frankfurt_M.II	Grün+Link	
2	15.393	3.3988	20 Darmstadt	Grün+Link	Grün
3	13.423	2.3026	2 Kassel	SPD+Link	Link
4	11.164	3.3828	16 Frankfurt_M.I	Grün+Link	FDP+Grün
5	10.457	2.7214	5 Marburg	Link	CDU+Link
6	8.5194	1.3581	13 Wiesbaden		
7	8.0922	2.1647	7 Giessen		
8	7.7050	3.5740	8 Fulda	CDU+Afd	CDU+Afd

HE 2021: Mehrdimensionale Ausreisser der Wahlkreise

4.2 Bezirks-Ausreisser innerhalb der Kreise-Ausreisser

Ähnlich zu den Abschnitten 3.1 und 3.2 sollen auch hier die bedeutendsten Ausreisserkreise intern nach den auffälligsten Ausreiserbezirken untersucht werden:

Wahlkreis= 17 : Frankfurt_M.II (41 Outliers)			
N	RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
1	6.8905	5.2133	5453 : Frankfurt_M_St_Riedhofschule_2603_LW
2	6.3385	4.6739	5450 : Frankfurt_M_St_Pestalozzischule_9003_LW
3	5.9016	4.6649	5436 : Frankfurt_M_St_Minna_Specht_Sch_3201_LW
4	5.7407	4.7076	5446 : Frankfurt_M_St_Osthafenforum_6103_LW
5	5.7016	4.4832	5497 : Frankfurt_M_St_Valentin_Senger_Sch_1301_LW
Wahlkreis= 20 : Darmstadt (73 Outliers)			
N	RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
1	9.2255	4.8367	6197 : Darmstadt_Wiss_st_Interimsgeb_Bertolt_Brecht_Sch_0230_LW
2	8.1376	4.1910	6225 : Darmstadt_Wiss_st_Schillerschule_0200_LW
3	7.9615	3.6336	6196 : Darmstadt_Wiss_st_Interimsgeb_Bertolt_Brecht_Sch_0220_LW
4	7.8513	3.5760	6226 : Darmstadt_Wiss_st_Schillerschule_0180_LW
5	7.8023	4.4074	6215 : Darmstadt_Wiss_st_Ludwig_Georgs_Gymn_0540_LW
Wahlkreis= 2 : Kassel (58 Outliers)			
N	RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
1	10.379	6.0953	531 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1131_LW
2	8.5429	5.1801	392 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_4_1194_BW
3	8.5059	6.2393	544 : Kassel_doc_St_Sch_Brueckenhof_Nordshn_2011_LW
4	7.6783	4.3795	390 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_2_1192_BW
5	7.2442	4.1632	530 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1114_LW

HE 2021: Ausreisserbezirke innerhalb der Wahlkreise 1

Wahlkreis= 16 : Frankfurt_M_I (53 Outliers)			
N	RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
1	10.382	5.3452	5007 : Frankfurt_M_St_BWbez_Heddernheim_2402_BW
2	8.9790	4.2212	5159 : Frankfurt_M_St_Pax_People_6205_LW
3	7.9342	4.1316	5173 : Frankfurt_M_St_Saalbau_Haus_Gallus_6103_LW
4	7.5620	3.5316	5047 : Frankfurt_M_St_BWbez_Westend_Sued_0403_BW
5	6.9959	2.9967	5048 : Frankfurt_M_St_BWbez_Westend_Sued_0404_BW
Wahlkreis= 5 : Marburg (78 Outliers)			
N	RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
1	10.821	5.0727	1678 : Marburg_Uni_St_Altstadt_III_Blinden_anstalt_1103_LW
2	9.9004	5.1918	1756 : Marburg_Uni_St_Ortenberg_I_Hotelfachschule_3301_LW
3	9.1132	4.4534	1713 : Marburg_Uni_St_Campusviertel_II_Behoerdenztm_1302_LW
4	8.5084	5.2191	1770 : Marburg_Uni_St_Unterer_Richtsberg_I_Sozialztm_4401_LW
5	8.3370	3.7811	1676 : Marburg_Uni_St_Altstadt_I_Bauamt_1101_LW
Wahlkreis= 13 : Wiesbaden (59 Outliers)			
N	RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
1	7.8370	5.0900	4279 : Wiesbaden_LHS_Grundschule_Schelmengraben_1663_LW
2	6.8793	4.0765	4325 : Wiesbaden_LHS_Leibnizschule_0826_LW
3	6.6826	4.2287	4365 : Wiesbaden_LHS_Sophie_und_Hans_Scholl_Sch_0711_LW
4	6.6594	3.7577	4323 : Wiesbaden_LHS_Leibnizschule_0821_LW
5	6.6003	4.1092	4276 : Wiesbaden_LHS_Grundschule_Sauerland_1642_LW
Wahlkreis= 7 : Giessen (88 Outliers)			
N	RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
1	8.5311	4.8150	2197 : Giessen_Uni_St_ALBERT_SCHWEITZER_Sch_I_0311_LW
2	7.9426	5.9310	2465 : Antrifttal_OT_Ohmes_0002_LW
3	7.8338	4.3249	2273 : Giessen_Uni_St_MAX_WEBER_Sch_0102_LW
4	7.6500	5.5508	2490 : Homberg_Ohm_St_Dannenrod_0006_LW
5	7.4297	3.7222	2267 : Giessen_Uni_St_LIEBIGSCHULE_III_HAUS_A_0115_LW
Wahlkreis= 8 : Fulda (100 Outliers)			
N	RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
1	9.6751	6.0537	2785 : Fulda_St_Cuno_Raabe_Sch_1_0042_LW
2	8.4846	5.8837	2972 : Poppenhn_Wasserkuppe_Gackenhof_0003_LW
3	8.3948	5.9162	2533 : Freiensteinau_Gunzenau_0007_LW
4	7.6047	4.6442	2800 : Fulda_St_Marquardschule_2_0021_LW
5	7.2269	4.4696	2798 : Fulda_St_Landratsamt_Fulda_0023_LW

HE 2021: Ausreisserbezirke innerhalb der Wahlkreise 2

4.3 Analyse der Bezirksdaten mit MCD

Die folgende Tabelle enthält die Wahlbezirke, die für alle Parteien die 20 bedeutendsten multimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz. Die Spalte **Mahal.** zeigt den Wert der Mahalanobis Distanz.

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Bezirk
1	16.566	9.7146	2 : Kassel	531 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1131_LW
2	14.960	8.2719	2 : Kassel	392 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_4_1194_BW
3	13.786	7.5380	5 : Marburg	1678 : Marburg_Uni_Altst_III_Blindenanst_1103_LW
4	12.941	7.3352	2 : Kassel	390 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_2_1192_BW
5	12.276	7.6780	19 : Offenb	5807 : Offenb_M_St_Gew_techn_Sch_0001_LW
6	11.953	7.4026	19 : Offenb	5835 : Offenb_M_St_Mathildenschule_0020_LW
7	11.937	7.0583	19 : Offenb	5792 : Offenb_M_St_Eichendorffsch_0004_LW
8	11.749	6.7653	5 : Marburg	1756 : Marburg_Uni_stdtd_Ortenb_I_Hotelf_3301_LW
9	11.719	6.9717	2 : Kassel	530 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1114_LW
10	11.151	6.4385	16 : Frankft_M_I	4948 : Frankft_M_St_Berufsbild_ztm_5102_LW
11	11.058	6.1948	5 : Marburg	1713 : Marburg_Uni_stdtd_Campusv_II_Beh_ztm_1302_LW
12	10.715	5.9519	19 : Offenb	5837 : Offenb_M_St_Mathildenschule_0022_LW
13	10.605	5.9077	2 : Kassel	563 : Kassel_doc_St_Stteilztm_Wesertor_1415_LW
14	10.383	5.7384	5 : Marburg	1764 : Marburg_Uni_stdtd_Suedv_I_Kunstwrkst_1401_LW
15	10.372	6.1102	2 : Kassel	479 : Kassel_doc_St_Goethe_Gymn_II_1412_LW
16	10.308	6.0530	2 : Kassel	524 : Kassel_doc_St_Martin_Luther_King_Sch_1132_LW
17	10.300	5.7156	5 : Marburg	1779 : Marburg_Uni_stdtd>Weidenhn_fib_e_V_1201_LW
18	10.299	5.4937	5 : Marburg	1676 : Marburg_Uni_stdtd_Altstadt_I_Bauamt_1101_LW
19	10.222	5.5943	16 : Frankft_M_I	5187 : Frankft_M_St_Titania_6101_LW
20	10.112	5.7379	5 : Marburg	1682 : Marburg_Uni_stdtd_BWbez_1_Altstadt_0001_BW

HE 2021: Mehrdimensionale Ausreisser der Wahlbezirke 1

N	Krs	Bezirk	3.1	3.2
1	2	531 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1131_LW	Link	Link
2	2	392 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_4_1194_BW	Link	Link
3	5	1678 : Marburg_Uni_Altst_III_Blindenanst_1103_LW	Link	Link+Grün
4	2	390 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_2_1192_BW	Link	Link
5	19	5807 : Offenb_M_St_Gew_techn_Sch_0001_LW		Link
6	19	5835 : Offenb_M_St_Mathildenschule_0020_LW		
7	19	5792 : Offenb_M_St_Eichendorffschule_0004_LW		
8	5	1756 : Marburg_Uni_stdtd_Ortenb_I_Hotelfach_3301_LW	Link	
9	2	530 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1114_LW	Link	
10	16	4948 : Frankft_M_St_Berufsbild_5102_LW	Link+Grün	
11	5	1713 : Marburg_Uni_stdtd_Campusv_II_Beh_ztm_1302_LW	Link	
12	19	5837 : Offenb_M_St_Mathildenschule_0022_LW		
13	2	563 : Kassel_doc_St_Stteilztm_Wesertor_1415_LW	Link	
14	5	1764 : Marburg_Uni_St_Suedv_I_Kunstwerkst_1401_LW	Link	
15	2	479 : Kassel_doc_St_Goethe_Gymn_II_1412_LW	Link	
16	2	524 : Kassel_doc_St_Martin_Luther_King_Sch_1132_LW	Link	
17	5	1779 : Marburg_Uni_St_Weidenhn_fib_e_V_1201_LW	Link	
18	5	1676 : Marburg_Uni_St_Altstadt_I_Bauamt_1101_LW	Link	
19	16	5187 : Frankft_M_St_Titania_6101_LW	Link+Grün	
20	5	1682 : Marburg_Uni_St_BWbez_1_Altstadt_0001_BW	Link	Grün

HE 2021: Mehrdimensionale Ausreisser der Wahlbezirke 2

Interessant ist das starke Auftreten der Linken in Bezirk 2= Kassel, 5= Marburg und 19= Offenbach am Rhein. Die letzten beiden Spalten der obigen Tabelle

zeigen, ob

- der entsprechende Kreis bereits bei einer der eindimensionalen Analysen in Abschnitt 3.1
- der entsprechende Bezirk bereits bei einer der eindimensionalen Analysen in Abschnitt 3.2

gefunden worden ist.

Hier sollte man beachten, dass eine MCD für eine Datenmatrix mit 7012 Zeilen (Bezirken) nicht immer absolut überzeugende Resultate liefern muss. Ein Indikator dafür ist wohl auch der Wert der robusten Distanz.

4.4 Briefwahl- versus Kabinenwahl-Resultate

Wie im entsprechenden Abschnitt der univariaten Analysen beschrieben, berechnen wir auch hier die Differenzen zwischen den Briefwahl- und Lokalwahl-Paaren und nehmen an, dass bei einem relativ normalen Abstimmungsverhalten diese Werte nahezu bei Null liegen sollten.

Die folgende Tabelle enthält die Wahlkreise, die für alle Parteien die ermittelten 15 multimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz.

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	3.1	4.1
1	10.462	2.8298	20 Darmstadt	Grün, Link	2
2	10.162	2.8701	7 Giessen		7
3	8.6880	3.3874	17 Frankfurt _M _II	Grün, Link	1
4	8.6660	3.3153	5 Marburg	Link	5
5	8.5827	3.1517	16 Frankfurt _M _I	Grün, Link	4
6	7.5206	2.7807	2 Kassel	SPD, Link	3
7	7.1221	2.2250	10 Hochtaunus		
8	5.8045	2.1346	14 Hanau		

HE 2021: Mehrdimensionale Ausreisser Brief- vs Kabinenwahl

Die grössten Abweichungen zwischen Lokal- und Briefwahlresultaten sind beim Kreis 20 zu finden in dem vorrangig Linke und Grüne gewählt werden. Diese Tabelle ist wenig aussagekräftig, da sie nur die Kreise anzeigt, bei denen es offenbar Unterschiede zwischen Briefwahl- und Lokalwahl-Resultaten aller Parteien zusammengekommen gibt.

5 MDS und Korrespondenzanalysen

Abschliessend wollen wir eine multidimensionale Skalierung (MDS) der prozentualen Resultate der 22 Wahlkreise rechnen. Die Eingangsdaten sind hier die Matrix der relativen Wahlhäufigkeiten, wobei die Zeilen zu den 22 Wahlkreisen und die Spalten zu den sechs Parteien CDU, SPD, AfD, FDP, Grüne und Die Linke korrespondieren. Aufgrund ihrer Heterogenität haben wir die "Sonstigen" hier wieder weggelassen. Die Wahlkreise werden nach ihrer Ähnlichkeit als Punkte in einem zweidimensionalen scatter plot dargestellt, wobei die beiden Dimensionen die Hauptkriterien für die Unterschiede zwischen den Parteien darstellen.

Parteienordnung x Achse 1. Grüne, Linke

2. FDP
3. CDU
4. AfD
5. SPD

Parteienordnung y Achse 1. Grüne, Linke

2. SPD
3. FDP
4. CDU
5. AfD

Wie wir bereits oben feststellen konnten, gibt es kaum Unterschiede in den Wahlkreisen zwischen den Grünen und Linken.

Die Wahlkreise sind je näher zueinander lokalisiert desto ähnlicher das Wahlverhalten in ihnen ist. D.h. im unteren Teil links sind Grüne und Linke, links in der Mitte sind FDP und CDU, und oben Mitte sind die AfD starken Kreise. Links sind Grüne und Linke und oben in der Mitte sind die FDP-starken Wahlkreise zu finden. Diese Berechnungen wurden mit dem KYST (Kruskal, Young, Shepard, & Torgerson) Algorithmus der `mds()` Funktion in CMAT ausgeführt. Für die scatter plots wurde das CMAT Interface zur Gnuplot Software benutzt.

Die nächsten beiden Graphen zeigen die scatter plots der Parteien und der 22 Wahlkreise, die das Resultat einer Korrespondenzanalyse (mittels Funktion `anacor()` in CMAT) der Wahlkreisdaten sind. Verglichen mit der MDS (KYST) Analyse ist der Wahlkreisplot der Korrespondenzanalyse fast identisch aber mit links und rechts vertauscht.

Auch bei den Parteienplots (auf den nächsten Seiten) unterscheidet sich der Graph der Wahlkreisdaten kaum von dem der Wahlbezirksdaten wenn oben und unten vertauscht werden.

Ein letzter scatter plot zeigt die Lage der sechs Parteien von einer Korrespondenzanalyse der 7012×6 Matrix der relativen Wahlhäufigkeiten in allen Wahlbezirken. Dabei ist die kreisförmige Anordnung der sechs Parteien fast identisch mit der von KYST erhaltenen.

Die Verteilung der Singulärwerte deutet bereits an, dass eine 2-dimensionale Punktkonfiguration nur eine schlechte Approximation der Daten der relativen Wahlhäufigkeiten sein wird.

Singulärwerte der Kreis- und Bezirksdaten:

SV Kreise	1.9884	0.2749	0.2044	0.0583	0.0356	0.0167
SV Bezirke	35.242	7.6619	6.6394	4.0739	2.9491	1.7611

HE 2021: Singulärwerte Korrespondenzanalysen
Der scatter plot der 7012 Wahlbezirke wird hier nicht gezeigt.

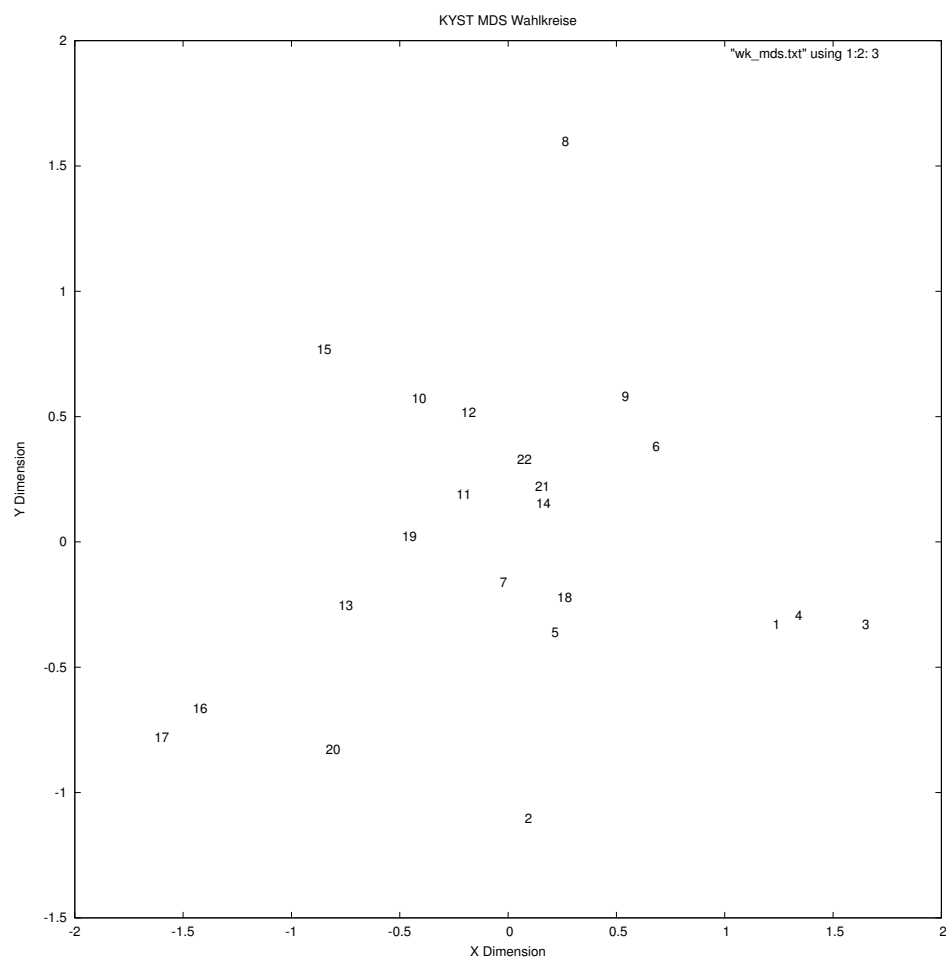


Figure 8: KYST MDS der 22 Wahlkreise

Einige Wahlkreise				
Partei	N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
CDU	8	Fulda	5	Marburg
SPD	3	Werra-Meissner-Her_Rot	1	Kassel
AfD	8	Fulda	9	Main_Kinz_Wet_II_Scho
FDP	15	Main-Taunus	16	Frankfurt_M_I
Grüne	17	Frankfurt_M_II	16	Frankfurt_M_I
Die Linke	16	Frankfurt_M_I	17	Frankfurt_M_II
Sonstige	12	Rheingau-Taunus-Limburg	4	Schwalm-Eder

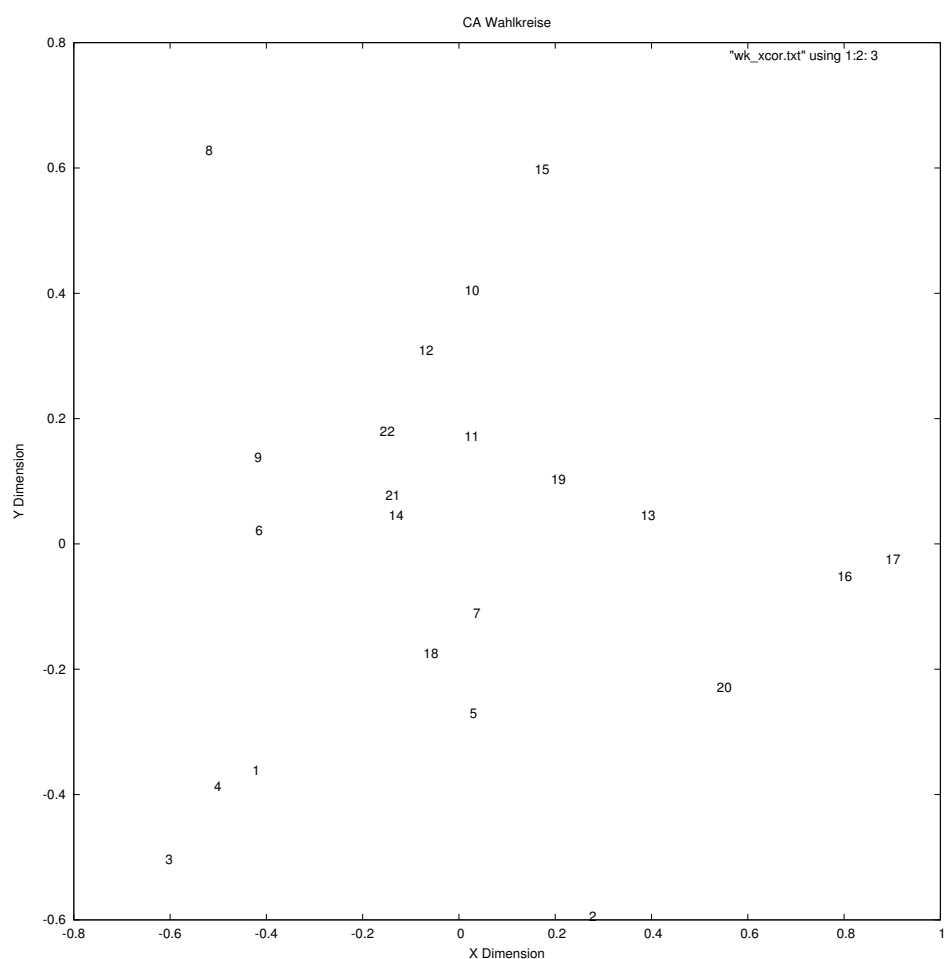


Figure 9: CA der 22 Wahlkreise

Einige Wahlkreise				
Partei	N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
CDU	8	Fulda	5	Marburg
SPD	3	Werra_Meissner_Her_Rot	1	Kassel
AfD	8	Fulda	9	Main_Kinz_Wet_II_Scho
FDP	15	Main-Taunus	16	Frankfurt_M_I
Grüne	17	Frankfurt_M_II	16	Frankfurt_M_I
Die Linke	16	Frankfurt_M_I	17	Frankfurt_M_II
Sonstige	12	Rheingau-Taunus-Limburg	4	Schwalm-Eder

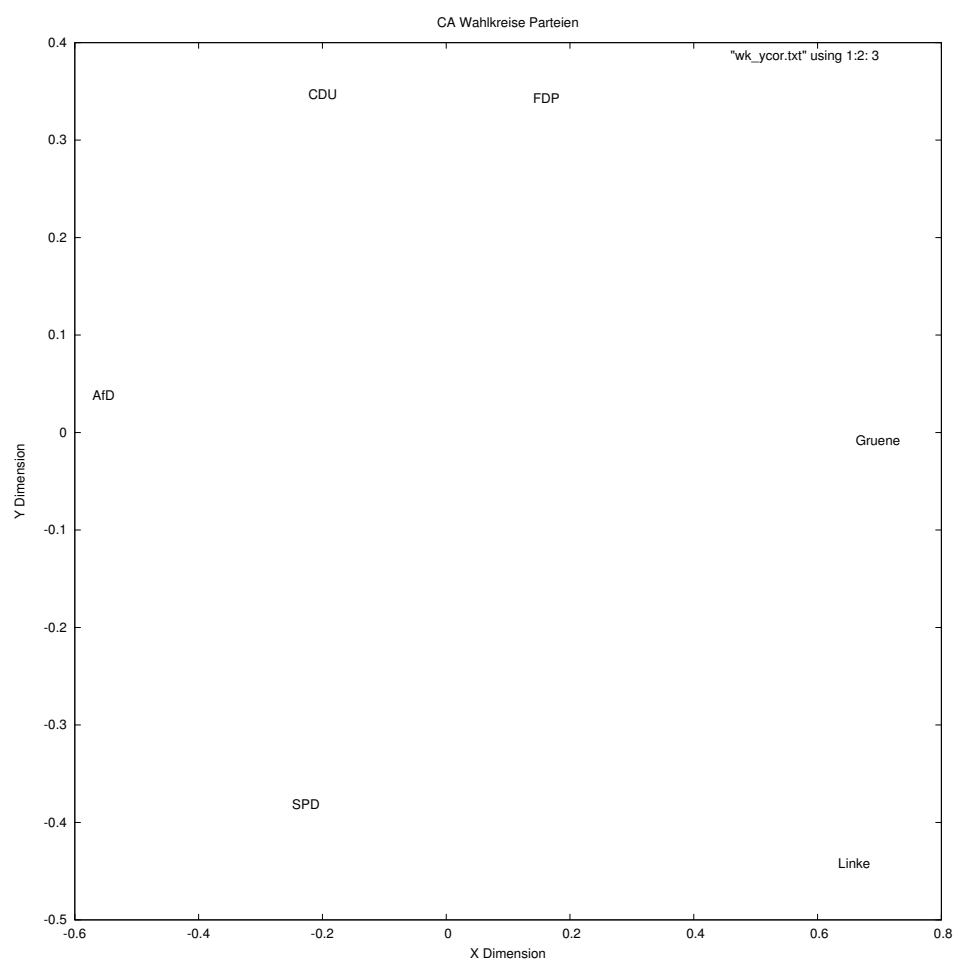


Figure 10: CA der 38 Wahlkreise: Parteien

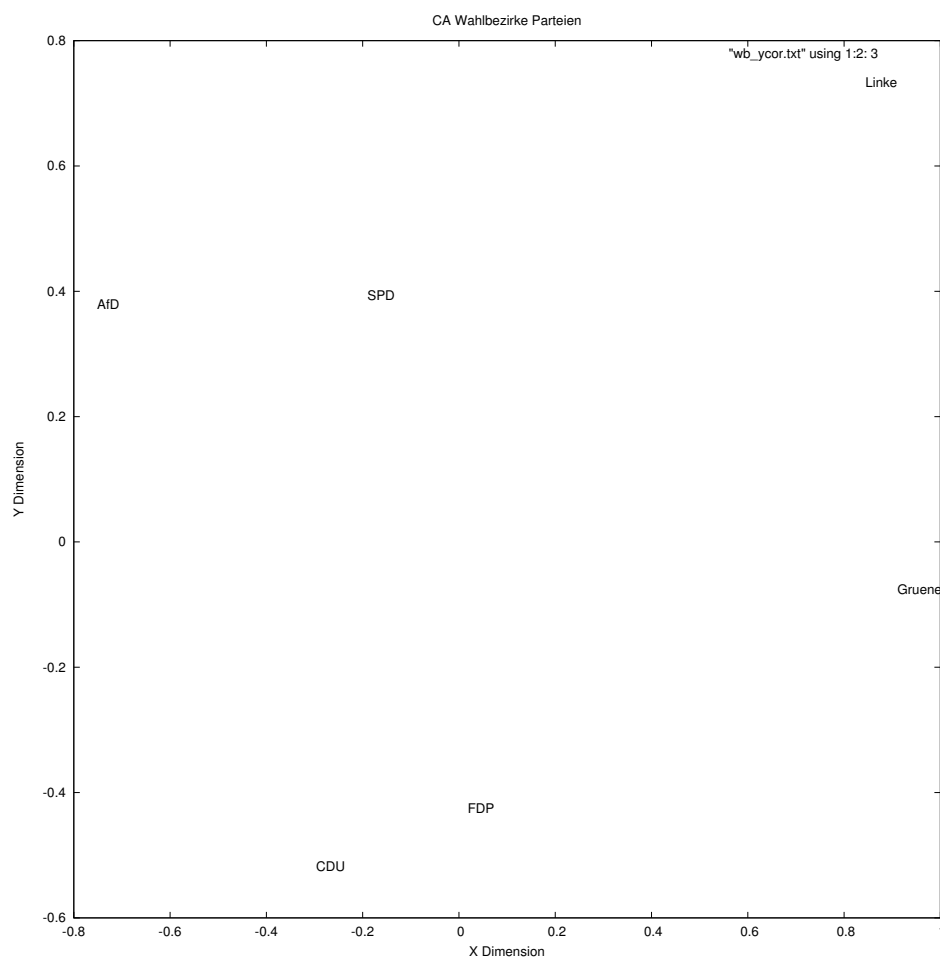


Figure 11: CA der 7012 Wahlbezirke: Parteien

6 Zusammenfassung

Unsere Methoden lassen uns natürlich nicht mit Sicherheit Irregularitäten bei den Resultaten der Wahl feststellen. Interessant ist bei diesen Wahlen, dass es für eine stattliche Anzahl von Wahlberechtigten in 7012 Wahlbezirken nur 22 Wahlkreise gibt, die zum Teil sehr gross und heterogen sind. Es ist daher fraglich, ob die kreisweisen Analysen für solche Daten relevante Resultate ergeben können.

Die folgende Tabelle listet die Pearson Korrelation zwischen relativer Wahlbeteiligung und den Parteistimmen über alle Wahlkreise:

N	Partei	Corr	CI_low	CI_upp
1	CDU	0.49288 +	0.08996	0.75715
2	FDP	0.30845	-0.13007	0.64605
3	AfD	0.06060	-0.37047	0.47020
4	Grüne	-0.12840	-0.52176	0.30999
5	SPD	-0.19322	-0.56852	0.24864
6	Sonstige	-0.30673	-0.64494	0.13194
7	Linke	-0.44511 -	-0.72977	-0.02893

HE 2021: Wahlbeteil. vs. Parteistimmen

Bei der CDU existiert offenbar eine relativ hohe Korrelation zwischen der Wahlbeteiligung und dem Wahlergebn, d.h. es gibt einen klaren Zusammenhang zwischen der Höhe der Wahlbeteiligung und dem Stimmresultat, je höher die Wahlbeteiligung in einem Wahlkreis umso mehr Stimmen können erwartet werden für eine dieser Parteien.

Interessant sind die Wahlbezirke, die sowohl mittels der zweistufigen Analyse in 3.1 als auch bei der bezirksweisen Analyse in 3.2.1 als Ausreisser gefunden wurden:

1. für die CDU: Kreis 8= Fulda:
 - (a) Bezirk= 2845 : Hilders_Marktgem_Brand_0003_LW
 - (b) Bezirk= 2889 : Huenfeld_K_Zuse_St_Molz_Buergerh_eh_Gastst_0040_LW
 - (c) Bezirk= 2692 : Eiterfeld_Marktgem_Betzenrod_0002_LW
2. für die SPD:
 - (a) Kreis 3= Werra_Meissner_Hersf_Rotenbg :
Bezirk= 971 : Hess_Lichtenau_St_Hopfelfe_MZHalle
 - (b) Kreis 1= Waldeck :
Bezirk= 25 : Baunatal_St_BWbez_0130_BW
 - (c) Kreis 4= Schwalm_Eder:
 - i. Bezirk= 1473 : Haina_Kloster_Battenhn_Huettenrode_0020_LW
 - ii. Bezirk= 1477 : Haina_Kloster_Halgehn_Bockendorf_0060_LW
 - iii. Bezirk= 1223 : Homberg_Efze_Reform_st_Kr_st_Sondh_0025_LW
3. für die AfD:
 - (a) Kreis 8= Fulda:
 - i. Bezirk= 2898 : Kalbach_Eichenried_0001_LW
 - ii. Bezirk= 2728 : Fulda_St_Astrid_Lindgren_Sch_1_0074_LW
 - iii. Bezirk= 2556 : Grebenhain_Hartmannshain_0005_LW
 - (b) Kreis 9= Main_Kinzig_Wet_IL_Schot
Bezirk= 3156 : Steinau_ad_Str_Br_Grimm_St_Stein_Bell_0003_LW
4. für die FDP: Kreis 15= Main-Taunus:
Bezirk= 4691 : Koenigstein iT_St_Stteil_Falkenst_Nord_0008_LW
5. für die Grünen: Kreis 20= Darmstadt:

(a) Bezirk= 6103 : Darmstadt_Wiss_st_BWbez_2025_BW

(b) Bezirk= 6099 : Darmstadt_Wiss_st_BWbez_2021_BW

6. für die Linke:

(a) Kreis 2= Kassel:

i. Bezirk= 531 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1131_LW

ii. Bezirk: 392 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_4_1194_BW

iii. Bezirk: 390 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_2_1192_BW

(b) Kreis: 5= Marburg:

1678 : Marburg_Uni_St_Altstadt_III_Blinden_anstalt_1103_LW

Zumindest die ersten zehn Ausreisser Bezirke, die in Abschnitt 4.3 gefunden wurden, sollten näher untersucht werden:

N	Krs	Bezirk	3.1	3.2
1	2	531 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1131_LW	Link	Link
2	2	392 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_4_1194_BW	Link	Link
3	5	1678 : Marburg_Uni_Altst_III_Blindenanst_1103_LW	Link	Link+Grün
4	2	390 : Kassel_doc_St_BWbez_Nord_Holland_2_1192_BW	Link	Link
5	19	5807 : Offenb_M_St_Gew_techn_Sch_0001_LW		Link
6	19	5835 : Offenb_M_St_Mathildenschule_0020_LW		
7	19	5792 : Offenb_M_St_Eichendorffschule_0004_LW		
8	5	1756 : Marburg_Uni_stdtd_Ortenb_I_Hotelfach_3301_LW	Link	
9	2	530 : Kassel_doc_St_Phil_Scheidemann_Haus_1114_LW	Link	
10	16	4948 : Frankft_M_St_Berufsbild_5102_LW	Link+Grün	

HE 2021: Mehrdimensionale Ausreisser der Wahlbezirke

Interessant sind in den Parteienplots sind die diametralen Entfernungen zwischen den Parteien CDU und FDP einerseits und SPD andererseits. Ähnlich wie in Baden-Württemberg, werden CDU, FDP und Grüne relativ nahe zueinander lokalisiert, während AfD, SPD und Linke eher als Singletons auf dem Kreise auftreten.

Wie auch bei fast allen anderen analysierten Wahlen treten die bemerkenswertesten multidimensionalen Ausreisser bei den Ergebnissen in Abschnitt 4.1 mit den Grünen und der Linken auf. Ausreisser, die sich nicht nur bei den eindimensionalen Analysen zeigen, sondern sich auch noch mit den Resultaten der mehrdimensionalen Analysen bestätigen lassen bedürfen zusätzlicher Nachprüfungen. Alle Berechnungen wurden mit der CMAT Software des Autors durchgeführt. Die scatter plots wurden mit Gnuplot erstellt das von CMAT über ein einfaches Interface verfügbar ist.

7 Anhang

Das sind die fünf Kreise mit dem grössten und kleinsten Anteil ungültiger Erststimmen:

Grösste in Prozent	Kreis	Kleinste in Prozent	Kreis
1.6794	21 Odenwald	1.0011	17 Frankfurt_M_II
1.5948	9 Main_Kinz_Wet_II_Scho	1.0392	16 Frankfurt_M_I
1.5831	4 Schwalm_Eder	1.0616	5 Marburg
1.5493	14 Hanau	1.0805	10 Hochtaunus
1.5493	1 Waldeck	1.1299	15 Main-Taunus

HE 2021: Anteil ungültiger Erststimmen in Wahlkreisen

Das sind die fünf Kreise mit dem grössten und kleinsten Anteil ungültiger Zweitstimmen:

Grösste in Prozent	Kreis	Kleinste in Prozent	Kreis
1.6418	4 Schwalm_Eder	0.7731	17 Frankfurt_M_II
1.5109	1 Waldeck	0.8599	16 Frankfurt_M_I
1.5036	21 Odenwald	0.9111	15 Main-Taunus
1.4832	9 Main_Kinz_Wet_II_Scho	0.9235	10 Hochtaunus
1.4354	3 Werra_Meissner_Her_Rot	0.9267	5 Marburg

HE 2021: Anteil ungültiger Zweitstimmen in Wahlkreisen

Bemerkenswert dazu ist:

1. der Wahlkreis 4 gehört zu den Hochburgen der SPD und Sonstigen Wähler,
2. der Wahlkreis 16 gehört zu den Hochburgen der FDP Wähler,
3. die Wahlkreise 5 und 20 gehören zu den Hochburgen der Grünen Wähler,
4. die Wahlkreise 2 und 5 gehören zu den Hochburgen der Linken Wähler.

D.h. die städtischen Wahlkreise der Grünen, Linken und FDP Wähler haben offenbar die wenigsten Anzahlen ungültiger Stimmen!

Und schliesslich eine Tabelle, die etwas Information über jeden der Wahlkreise gibt. Die geringste Anzahl von 226 Wahlbezirken hat Wahlkreis Wetterau_I. Die Zahl der Wahlberechtigten liegt in jedem Wahlkreis zwischen ca. 241 Tausend (Darmstadt) und ca 171 Tausend (Werra_Meissner_Her_Rot).

	Wahlkreise	WB	Wahlb.	Wähler	BWB	Briefw	Perc
1	Waldeck	338	184073	138130	71	65839	47.66
2	Kassel	347	218474	162809	115	75851	46.59
3	Werra_Meissner_Her_Rot	397	171886	130905	76	63577	48.57
4	Schwalm_Eder	424	185944	141494	73	68511	48.42
5	Marburg	355	181588	141581	75	64162	45.32
6	Lahn_Dill	307	206532	153384	81	71910	46.88
7	Giessen	361	217514	161919	90	78396	48.42
8	Fulda	463	208542	163560	89	78611	48.06
9	Main_Kinz_Wet_II_Scho	291	178307	137070	74	69958	51.04
10	Hochtaunus	290	179842	144012	82	78484	54.50
11	Wetterau_I	226	176897	138935	60	74959	53.95
12	Rheingau-Taun-Limb	324	220466	172247	92	97277	56.48
13	Wiesbaden	260	186735	136214	69	68800	50.51
14	Hanau	295	176271	131412	103	63477	48.30
15	Main-Taunus	251	195514	157718	95	86231	54.67
16	Frankfurt_M_I	271	201216	145010	93	72219	49.80
17	Frankfurt_M_II	304	227207	175004	106	90878	51.93
18	Gross-Gerau	249	174082	129261	77	65574	50.73
19	Offenbach	331	219511	158052	106	76891	48.65
20	Darmstadt	320	240763	188916	116	103723	54.90
21	Odenwald	335	233901	179830	96	96777	53.82
22	Bergstrasse	273	197782	153176	71	82938	54.15

HE 2021: Information über Wahlkreise

Die folgenden 117 Briefwahlbezirke ohne gültige Erst- und Zweitstimmen wurden aus der Analyse entfernt. Von insgesamt 7129 Wahlbezirken verbleiben 7012:

- 80 : Hofgeismar_St_Friedsdorf_0012_LW
- 183 : Bad_Arolsen_St_Bad_Ar_Stteil_Buehle_0008_LW
- 192 : Bad_Arolsen_St_Bad_Ar_Stteil_Volkhardinghausen_0017_LW
- 210 : Bad_Wildungen_St_Hueddingen_0160_LW
- 225 : Diemelsee_OT_Deisfeld_Dorfgem_haus_0003_LW
- 236 : Diemelstadt_St_Ammenhausen_0001_LW
- 261 : Korbach_Hansest_Kr_st_Alleringhausen_0016_LW
- 334 : Waldeck_St_Selbach_Dorfgem_haus_0009_LW
- 343 : Willingen_Upland_Hemmighausen_Feuerwehrhaus_0400_LW
- 348 : Willingen_Upland_Welleringhausen_Dorfgem_haus_0900_LW
- 698 : Alheim_Erdpenhausen_0002_LW
- 761 : Bebra_St_Rautenhausen_0020_LW
- 770 : Breitenbach_am_Herzberg_Machtlos_0004_LW

- 778 : Friedewald_Hillartshausen_0004_LW
- 806 : Heringen_Werra_St_GH_Bengendorf_0040_LW
- 814 : Hohenroda_Glaam_0040_LW
- 818 : Kirchheim_Allendorf_0010_LW
- 826 : Kirchheim_Kemmerode_0070_LW
- 830 : Kirchheim_Reimboldshausen_0090_LW
- 831 : Kirchheim_Rotterterode_0091_LW
- 840 : Ludwigsau_Hainrode_Buergerh_0013_LW
- 844 : Ludwigsau_Oberthalhausen_Buergerh_0011_LW
- 848 : Nentershausen_Bauhaus_0004_LW
- 851 : Nentershausen_Moenchhosbach_0006_LW
- 863 : Neuenstein_Salzberg_0007_LW
- 883 : Philippsthal_Werra_Marktgem_Unterneurode_0040_LW
- 895 : Rotenburg_ad_Fulda_St_DGH_Dankerode_Stoelzinger_Str_6_0053_LW
- 897 : Rotenburg_ad_Fulda_St_DGH_Muendershausen_Zur_Wildsecke_7_0035_LW
- 905 : Schenklengsfeld_Dinkelrode_0012_LW
- 981 : Grossalmerode_St_Weissenbach_0666_LW
- 988 : Herleshausen_Holzhausen_Markershausen_0050_LW
- 1002 : Hess_Lichtenau_St_Hirschhagen_Gasthaus_Z_Rohrbachtal_0008_LW
- 1003 : Hess_Lichtenau_St_Hollstein_0131_LW
- 1017 : Hess_Lichtenau_St_Wickersrode_0006_LW
- 1029 : Meissner_Alberode_0002_LW
- 1059 : Sontra_St_Sontra_Hornel_0070_LW
- 1066 : Sontra_St_Sontra_Sthosbach_0110_LW
- 1067 : Sontra_St_Sontra_Thurnhosbach_0120_LW
- 1069 : Sontra_St_Sontra_Weissenborn_0140_LW
- 1071 : Sontra_St_Sontra_Woelfterode_0160_LW
- 1075 : Waldkappel_St_Eltmannsee_0140_LW
- 1076 : Waldkappel_St_Friemen_0080_LW
- 1077 : Waldkappel_St_Gehau_0110_LW
- 1082 : Waldkappel_St_Maeckelsdorf_0100_LW

- 1083 : Waldkappel_St_Rechtebach_0090_LW
- 1084 : Waldkappel_St_Rodebach_0070_LW
- 1086 : Waldkappel_St_Stolzhausen_0120_LW
- 1144 : Borken_Hessen_St_Haarhausen_Gemein_haus_0011_LW
- 1151 : Borken_Hessen_St_Stolzenbach_Gemein_haus_0018_LW
- 1181 : Frielendorf_Marktflecken_Allendorf_0001_LW
- 1184 : Frielendorf_Marktflecken_Gebersdorf_0021_LW
- 1219 : Gilserberg_Heimbach_0003_LW
- 1290 : Knuellwald_Hausen_0004_LW
- 1291 : Knuellwald_Hergetsfeld_0005_LW
- 1292 : Knuellwald_Lichtenhagen_0006_LW
- 1297 : Knuellwald_Reddingshausen_0011_LW
- 1301 : Knuellwald_Voelkershain_0015_LW
- 1346 : Neuental_Dorheim_0103_LW
- 1388 : Schrecksbach_OT_Salmshausen_0004_LW
- 1437 : Spangenberg_Liebenbachstadt_Vock_Dinkel_Feuerw_0014_LW
- 1448 : Wabern_Feuerwehrhaus_Rockshausen_0257_LW
- 1518 : Frankenberg_Eder_Phil_Soldan_St_Feuerw_Doern_0019_LW
- 1530 : Gemuenden_Wohra_St_Ellnrode_Herbelhausen_0003_LW
- 1534 : Gemuenden_Wohra_St_Lehnhausen_0004_LW
- 1543 : Haina_Kloster_Mohnhausen_0090_LW
- 1635 : Coelbe_Schwarzenborn_Dorfgem_haus_0010_LW
- 1664 : Ebsdorfergrund_Ilshausen_0010_LW
- 1725 : Lahntal_Brungershausen_0007_LW
- 1743 : Lohra_Seelbach_0010_LW
- 1904 : Weimar_Lahn_Nesselbrunn_0004_LW
- 2520 : Alsfeld_St_Fischbach_0015_LW
- 2554 : Gemuenden_Felda_Otterbach_0006_LW
- 2555 : Gemuenden_Felda_Ruelfenrod_0007_LW
- 2599 : Romrod_St_Nieder_Breidenbach_0004_LW
- 2613 : Freiensteinau_Reinhards_0010_LW

- 2638 : Grebenhain_Vaitshain_0012_LW
- 2662 : Lauterbach_Hessen_Kr_st_Rudlos_0006_LW
- 2728 : Burghaun_Marktgem_Gruben_0005_LW
- 2781 : Eiterfeld_Marktgem_Oberweisenborn_0010_LW
- 2782 : Eiterfeld_Marktgem_Reckrod_0011_LW
- 2831 : Fulda_St_BWbez_Stschloss_26_9026_BW
- 2832 : Fulda_St_BWbez_Stschloss_27_9027_BW
- 2833 : Fulda_St_BWbez_Stschloss_28_9028_BW
- 2834 : Fulda_St_BWbez_Stschloss_29_9029_BW
- 2836 : Fulda_St_BWbez_Stschloss_30_9030_BW
- 2913 : Gersfeld_Rhoen_St_Obernhausen_0008_LW
- 2916 : Gersfeld_Rhoen_St_Rommers_0011_LW
- 2929 : Grossenlueder_Luetterz_Buergerh_0050_LW
- 2935 : Hilders_Marktgem_Dietges_0004_LW
- 2936 : Hilders_Marktgem_Doernbach_0005_LW
- 2942 : Hilders_Marktgem_Unterbernards_0010_LW
- 2947 : Hofbieber_Danzwiesen_0003_LW
- 2954 : Hofbieber_Obergruben_0010_LW
- 2956 : Hofbieber_Roedergrund_Egelmes_0012_LW
- 2960 : Hofbieber_Wittges_0016_LW
- 3012 : Kuenzell_Dassen_0008_LW
- 3034 : Neuhof_Kauppen_0009_LW
- 3038 : Neuhof_Tiefengruben_0011_LW
- 3133 : Birstein_Illnhausen_0007_LW
- 3141 : Birstein_Voelzberg_0015_LW
- 3142 : Birstein_Wettges_0016_LW
- 3667 : Weilmuenster_Marktflecken_WEILMUeNSTER_AUDENSCHMIEDE_0003_LW
- 3674 : Weinbach_Ortsbezirk_Fuerfurt_0007_LW
- 3956 : Heidenrod_Algenroth_0017_LW
- 3961 : Heidenrod_Hilgenroth_0019_LW
- 3967 : Heidenrod_Martenroth_0010_LW

- 3970 : Heidenrod_Obermeilingen_0011_LW
- 3973 : Heidenrod_Wisper_0016_LW
- 4144 : Bad_Camberg_St_BWbez_III_Erbach_9093_BW
- 4145 : Bad_Camberg_St_BWbez_IV_Oberselters_9094_BW
- 4146 : Bad_Camberg_St_BWbez_V_Schwickershausen_9095_BW
- 4147 : Bad_Camberg_St_BWbez_VI_Wuerges_9096_BW
- 6643 : Brombachtal_Hembach_0005_LW
- 6651 : Erbach_Kr_st_Elsbach_0007_LW
- 6716 : Reichelsheim_Odenwald_OT_Bockenrod_0005_LW
- 6718 : Reichelsheim_Odenwald_OT_Gersprenz_0007_LW
- 6736 : Oberzent_St_Etzean_0005_LW

References

- [1] Al-Serori, L. (2016) “Die aggressive Reaktion der FPÖ-Wähler auf die Niederlage”, *Süddeutsche Zeitung*, 24. 5. 2016.
- [2] Betz, Bradford (2020), “Philadelphia Dem elections judge admits taking bribes to inflate vote counts”, *Fox News*, 21. 5. 2020.
- [3] Blitzer, R. (2020), “GOP groups sue California Gov. Newsom, claim vote-by-mail order is ‘brazen power grab’”, *Fox News*, 24. 5. 2020.
- [4] Christensen, R., Pearson, L.M., & Johnson, W. (1992), “Case deletion diagnostics for mixed models”, *Technometrics*, **34**, 38-45.
- [5] *City Journal*, Fall 2004: “How to steal an Election”.
- [6] *Correctiv - Recherchen für die Gesellschaft*, 18. 10. 2018: “Auch bei der Bayernwahl kursieren wieder Behauptungen über Wahlbetrug”.
- [7] de Leeuw, J. (1968), “Meerdimensionele Analyse van Politologische Gegevens”, [“Multidimensional Analysis of Political Data”]. *Hypothese*, **13**, 84-85.
- [8] de Leeuw, J. (2008), “A horseshoe for multidimensional scaling”, Technical Report.
- [9] Dixon, W. J. (1950), “Analysis of extreme values”, *The Annals of Mathematical Statistics*, **21**, 488-506.
- [10] “Electoral Fraud”, bei Wikipedia.com
- [11] Elsässer, J. (2016), “Van der Bellen gewinnt - FPÖ Durchbruch gelingt nicht”, *Compact*, vom 4. 12. 2016.
- [12] Enikopolov, R., Korovkin, V., Petrova, M. Sonin, K. & Zakharov, A. (2013), “Field experiment estimate of electoral fraud in Russian parliamentary elections”. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **110** (2), 448-452.
- [13] Eysenck, H. J. (1954), “Psychology and politics”, London: Routledge, Kegan and Paul.
- [14] Fund, J. (2004), “How to steal an Election”, *City Journal*, New York, Autumn 2004.
- [15] Greenacre, M. J. (1984), “Theory and application of correspondence analysis”, *Academic Press*, London.
- [16] Grubbs, F. E. (1969), “Procedures for detecting outlying observations in samples”, *Technometrics*, **11**, 1-21.
- [17] *Guardian*, 17. 6. 2019: “Police look into claims of irregularities at Peterborough byelection”.
- [18] *Guardian*, 24. 6. 2019: “Brexit party challenges byelection result over ‘postal vote corruption’”.

- [19] Fund, J. (2004), “How to steal an election”; *City Journal*, Autumn 2004.
- [20] Hartmann, W. (1979), *Geometrische Modelle zur Analyse empirischer Daten*, Berlin: Akademie Verlag.
- [21] Hartmann, W. & Sanders, A.M. (1997), “Least Median Squares (LMS) Regression, Least Trimmed Squares (LTS) Regression, Minimum Volume Ellipsoid (MVE) Estimation, Minimum Covariance Determinant (MCD) Estimation, Robust Estimation of Scale”, Technical Report, SAS Institute, 1997.
- [22] Hartmann, W. (2016), “CMAT: Extension of C Language: Matrix Algebra, Statistics, Nonlinear Optimization and Estimation”, Release 9, 2016, at <http://www.wcmat.com/cmat>.
- [23] *Junge Freiheit*, 24. 3. 2016: “AfD erhält nach Wahlpanne zusätzlichen Sitz”.
- [24] *Junge Freiheit*, 24. 5. 2017: “Polizei ermittelt wegen Wahlfälschung”.
- [25] *Junge Freiheit*, 22. 8. 2017: “Nordrhein-Westfalen: Landtagswahl wird wohl nicht neu ausgezählt”.
- [26] *Junge Freiheit*, 8. 11. 2018: “Neuauszählung in Frankfurt: AfD bei Stimmabgabe benachteiligt”.
- [27] Kamann, M. (2017): “Massiv um Stimmen betrogen - AfD pocht auf Neuauszählung”, *Die Welt Online* am 27. 7. 2017.
- [28] Klemm, B. (2016): “Als die FPÖ Wahlbetrug witterte”, *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 24. 5. 2016.
- [29] Klimek, P., Yegorov, Y., Hanel, R., & Thurner, S. (2012), “Statistical detection of systematic election irregularities”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **109** (41), 16469-16473.
- [30] Kobak, D., Shpilkin, S. & Pshenichnikov (2016), “Statistical fingerprints of electoral fraud”, at *significance.com*.
- [31] Kruskal, J. B., Young, F. W. & Seery, J. B. (1978), “How to use KYST, a very flexible program to do multidimensional scaling and unfolding”; Technical Report, Murray Hill: Bell Laboratories.
- [32] Löwenstein, S. (2016), “Bloss nicht der Andere”, *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, 22. 5. 2016.
- [33] Mair, P. & de Leeuw, J. (2015), “Unidimensional scaling”, In Wiley Stat-
sRef: *Statistics Reference Online*, Wiley, New York.
- [34] McBane, G.C. (2006), “Programs to compute distribution functions and critical values for extreme value ratios for outlier detection”; *JSS*, 2006.
- [35] Peymani, R. & Steinhöfel, J.N. (2018), “Warum wir wegen der Hessenwahl Strafanzeige erstattet haben”, www.Achgut.com, 15. 11. 2018.
- [36] Renz, J. (23. 2. 2018): “Gibt es Anzeichen von Wahlfälschung bei der Bundestagswahl?”, *Tichy's Einblick*.

- [37] Rorabacher, D.B. (1991), “Statistical treatment for rejection of deviant values: Critical values of Dixon Q parameter and related subrange ratios at the 95 percent confidence level”, *Analytical Chemistry*, **63**, 139-146.
- [38] Rousseeuw, P.J. & Leroy, A.M. (1987), *Robust Regression and Outlier Detection*, New York: John Wiley & Sons.
- [39] Rousseeuw, P.R. & Van Driessen, K. (1999), “A fast algorithm for the Minimum Covariance Determinant estimator”, *Technometrics*, **41**, 212-223.
- [40] Rousseeuw, P.J. & Van Zomeren, B.C. (1990), “Unmasking Multivariate Outliers and Leverage Points”, *Journal of the American Statistical Association*, **85**, 633-639.
- [41] Sharkov, D. (2016), “Russia cancels election results after ballott stuffing”, *Newsweek*, September 22, 2016.
- [42] *Spiegel Online*, 7. 11. 2018: “Menschliche Fehler” bei Wahl in Frankfurt”.
- [43] *Tagespresse*, 23. 5. 2016: “Wahlbetrug? FPÖ-Wähler berichten von Personen in Wahllokalen, die van der Bellen wählten”.
- [44] Thompson, R. (1985), “A note on restricted maximum likelihood estimation with an alternative outlier model”; *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser. B, **47**, 53-55.
- [45] Tukey, J.W. (1977b), *Exploratory Data Analysis*, Reading: Addison-Wesley.
- [46] *Union of Concerned Scientists*, 10. 7. 2007, “Election Panel Delays, Edits Reports on Voter Fraud”.
- [47] Wagschal, U. (2018), “Unregelmässigkeiten bei der Bundestagswahl”, *Frankfurter Allgemeine Zeitung*, Mai 2018.
- [48] *Welt*, 24. 8. 2017: “AfD Antrag abgewiesen - Keine Neuauszählung der NRW Wahl”.
- [49] *Welt*, 12. 10. 2017: “Postzusteller versteckte Tasche mit mehr als 1000 Wahlbriefen”.
- [50] *Wochenblick*, 5. 12. 2016: “Wahlbetrug? Rätselhaftes Video aufgetaucht”, <https://www.wochenblick.at/wahlbetrug-raetselhaftes-video-aufgetaucht>.
- [51] *Wochenblick*, 11. Mai 2017: “Wahlbetrug? Massive Ungereimtheiten bei Frankreich-Wahl”.
- [52] *Zeit Online*, 20. 6. 2016: “Zeugen bestätigen Unregelmässigkeiten bei Wahl”.