

# Extreme Abstimmungsresultate bei den Landtagswahlen Nordrhein-Westfalen 2017

Wolfgang M. Hartmann

---

All Rights Reserved  
Reproduction, translation, or transmission of any part of this work  
without the written permission of the owner is unlawful.

---

September 19, 2017

## Contents

<b>1</b>	<b>Allgemeine Bemerkungen</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Korrelation von Wahlbeteiligung und Stimmenanteil</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Eindimensionale Ausreisseranalyse</b>	<b>16</b>
3.1	Analyse der Ausreisser-Kreise . . . . .	16
3.1.1	SPD . . . . .	16
3.1.2	CDU . . . . .	16
3.1.3	Grüne . . . . .	17
3.1.4	FDP . . . . .	17
3.1.5	Die Linke . . . . .	18
3.1.6	AfD . . . . .	19
3.1.7	Sonstige . . . . .	20
3.1.8	Histogramm . . . . .	21
3.2	Analyse der Bezirksdaten . . . . .	22
3.2.1	Obere Ausreisser in Bezug auf alle Bezirke . . . . .	22
3.2.2	Histogramm . . . . .	23
3.3	Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Mehrdimensionale Ausreisseranalyse</b>	<b>28</b>
4.1	Analyse der Kreisdaten mit MCD . . . . .	28
4.2	Bezirks-Ausreisser innerhalb der Kreise-Ausreisser . . . . .	28
4.3	Analyse der Kreisdaten mit LTS . . . . .	31
4.4	Analyse der Bezirksdaten mit MCD . . . . .	32
4.5	Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate . . . . .	34

<b>5</b>	<b>Vergleiche Erst- und Zweitstimmen Resultate</b>	<b>35</b>
5.1	Vergleich der Wahlkreise . . . . .	36
5.2	Vergleich der Wahlbezirke . . . . .	37
<b>6</b>	<b>MDS und Korrespondenzanalysen</b>	<b>38</b>
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>44</b>
<b>8</b>	<b>Appendix</b>	<b>46</b>
<b>9</b>	<b>The Bibliography</b>	<b>50</b>

## List of Figures

1	Wahlbeteiligung (y) vs. SPD (x) . . . . .	9
2	Wahlbeteiligung (y) vs. CDU (x) . . . . .	10
3	Wahlbeteiligung (y) vs. Gruene (x) . . . . .	11
4	Wahlbeteiligung (y) vs. FDP (x) . . . . .	12
5	Wahlbeteiligung (y) vs. Linke (x) . . . . .	13
6	Wahlbeteiligung (y) vs. AfD (x) . . . . .	14
7	Wahlbeteiligung (y) vs. Sonstige (x) . . . . .	15
8	KYST MDS der 128 Wahlkreise . . . . .	40
9	CA der 128 Wahlkreise . . . . .	41
10	CA der 128 Wahlkreise: Parteien . . . . .	42
11	CA der 15777 Wahlbezirke: Parteien . . . . .	43

# 1 Allgemeine Bemerkungen

Die Landtagswahl fand am 14. Mai 2017 statt. Die Daten der Wahlergebnisse wurden vom Statistischen Landesamt in Düsseldorf erhalten. Hier werden nur die Daten der Zweitstimmen für 128 Wahlkreise und 15777 Wahlbezirke, wovon 3126 Briefwahlbezirke sind, analysiert. Obwohl die Daten die Abstimmungsergebnisse für sehr viel mehr Parteien enthalten, haben wir uns hier auf die Ergebnisse der Parteien SPD, CDU, Grüne, FDP, Linke, AfD und Sonstige konzentriert, wobei bei einigen (insbesondere den multivariaten) Analysen die "Sonstige" Partei aufgrund ihrer heterogenen Zusammensetzung nicht mit berücksichtigt wurde.

Folgende eindimensionale Methoden der Aufdeckung eindimensionaler Ausreisser wurden angewendet:

- Tukey Methode zum Testen der Interquartile Range (Tukey, 1977b),
- Grubbs (1969) Test, der auch in R enthalten ist,
- Thompson (1985)  $\tau$  Test, der auch in Matlab enthalten ist,
- Dixon Q Test (Dixon, 1950; Rohrabacher, 1991; McBane, 2006), der in CMAT ähnlich dem in R implementiert ist.

Zwei Verfahren von P. Rousseeuw (Rousseeuw & Leroy, 1987) wurden für die mehrdimensionale Aufdeckung von Ausreissern verwendet:

**MCD** "Minimum Covariance Determinant" (ähnlich zu MVE, "Minimum Volume Ellipsoid")

**LTS** "Least Trimmed Squares" Regression (ähnlich zu LMS, "Least Median Squares" Regression)

Die Entscheidung wird hier aufgrund der Größe des Wertes einer "robusten Distanz" getroffen, die eine Modifikation der sonst bekannteren Mahalanobis Distanz ist.

Im folgenden eine Tabelle mit ein paar für die Wahl globalen Kennziffern:

Anzahl der Wahlbezirke . . . . .	15777
Anzahl Briefwahlbezirke . . . . .	3126
Anzahl Wahlkreise . . . . .	128
Anzahl Wahlberechtigte. . . . .	13164887
Anzahl Stimmen Briefwahl . . . . .	2119712
Anzahl Stimmen Wahllokal . . . . .	6457509
Wahlbeteiligung in Prozent. . . . .	65.15
Anzahl Gueltige ErstStimmen . . . . .	8455190
Anzahl Ungueltige ErstStimmen . . . . .	122031
Anzahl Gueltige ZweitStimmen. . . . .	8487413
Anzahl Ungueltige ZweitStimmen. . . . .	89808

Die Namen Wahlbezirke wurden leicht modifiziert, um erkenntlich zu machen, ob es sich um einen Lokal- oder Briefwahlbezirk handelt, und um den zugehörigen Wahlkreis zu enthalten. Ein Prefix mit "LW" und "BW" und angehangener Wahlkreisnummer wird hier dazu verwendet.

Im Unterschied zu den Daten anderer Landtagswahlen existiert hier keine Unterscheidung in Stadt- und Landbezirke. Eine grössere Tabelle, die für alle 128 Wahlkreise die folgenden Informationen enthält:

1. die Anzahl der im Kreis enthaltenen Bezirke,
2. die Anzahl der Wahlberechtigten,
3. die Anzahl der gültigen Stimmen,
4. die Anzahl der ungültigen Stimmen,
5. die Anzahl der Briefwählerstimmen.

befindet sich im Anhang dieses Dokuments.

Im folgenden hier eine Tabelle, die die Summen der letzten Spalten des Datensatzes über alle Wahlbezirke gibt:

	<b>Insgesamt</b>		<b>LokalW.</b>	<b>BriefW.</b>
Wahlber_ges	13164887	100.00	13164887	0
Wahlb_ohne	10889427	82.72	10889427	0
Wahlb_mit_A2	2275440	17.28	2275440	0
Wahlb_25_A3	20	0.00015	20	0
Waehler_ges	8577221	65.15	6457509	2119712
Waehler_B1	2138152	16.24	18440	2119712
Waehler_B2a	.	.	.	.
Waehler_B2b	.	.	.	.

Die dritte Spalte der Tabelle enthält Prozente bez. der Anzahl der Wahlberechtigten.

	<b>Zweitstimmen</b>			
	<b>Insgesamt</b>		<b>LokalW.</b>	<b>BriefW.</b>
Ungueltige	89808	1.05	77376	12432
Gueltige	8487413	98.95	6380133	2107280
SPD	2649205	30.89	2000105	649100
CDU	2796683	32.60	2057682	739001
GRUENE	539062	6.28	407017	132045
FDP	1065307	12.42	771697	293610
PIRATEN	80780	0.94	66830	13950
DIE_LINKE	415936	4.85	330468	85468
NPD	28723	0.33	24578	4145
Die_PARTEI	54990	0.64	43705	11285
FREIE_WAEHLER	33083	0.39	26101	6982
BIG	17421	0.20	16255	1166
FBLFWG	2877	0.0	2226	651
OEDP	13288	0.15	10282	3006
Volksabstimmung	8386	0.1	5144	3242
TIERSCHUTZI	59747	0.70	45515	14232
AD_Demokraten_NRW	12688	0.15	11605	1083
AfD	626756	7.31	496434	130322

	Insgesamt		LokalW.	BriefW.
AUFBRUCH_C	9636	0.11	7743	1893
BGE	5260	0.1	3320	1940
DBD	4742	0.1	3710	1032
DKP	2899	0.0	2265	634
ZENTRUM	3336	0.0	2347	989
DIE_RECHTE	3589	0.0	3084	505
REP	6597	0.1	5389	1208
DIE_VIOLETTEN	7171	0.1	5663	1508
JED	7054	0.1	5680	1374
MLPD	7707	0.1	6631	1076
PAN	1349	0.0	1000	349
Gesundheitsfg	5964	0.1	4524	1440
PARTEIL_WG_BRD	2002	0.0	1606	396
Schoener_Leben	5162	0.1	3736	1426
V_Partei	10013	0.12	7791	2222
FAMILIE	0	0	0	0
LD	0	0	0	0
LKR	0	0	0	0
Sonstige	231162	2.79	189977	41185

Die Prozentzahlen beziehen sich auf die Anzahl der Wähler. Beim Zusammenfassen der Parteien, die nicht zu CDU, SPD, Grüne, FDP, DieLinke und AfD gehören, verbleiben 99295 Stimmen oder 6.67 Prozent der Wähler, die zur Gruppe der "Sonstigen" gehören. Man beachte, dass damit der Begriff "Sonstige" hier eine andere Bedeutung hat als sonst im Wahlchargon.

	Erststimmen			
	Insgesamt		LokalW.	BriefW.
Ungueltige	122031	1.42	101756	20275
Gueltige	8455190	98.58	6355753	2099437
SPD	2919073	34.03	2219876	699197
CDU	3242524	37.80	2388769	853755
GRUENE	509571	5.94	377475	132096
FDP	723725	8.44	532718	191007
PIRATEN	118847	1.39	97469	21378
DIE_LINKE	414594	4.83	332759	81835
NPD	0	0	0	0
Die_PARTEI	25923	0.30	19711	6212
FREIE_WAEHLER	8667	0.10	6277	2390
BIG	0	0	0	0
FBLFWG	0	0	0	0
OEDP	7208	0.1	5027	2181
Volksabstimmung	2099	0	1419	680
TIERSCHUTZI	0	0	0	0
AD_Demokraten_NRW	0	0	0	0
AfD	460479	5.37	358130	102349
AUFBRUCH_C	2919	0	2400	519
BGE	0	0	0	0
DBD	0	0	0	0
DKP	2416	0	1740	676
ZENTRUM	1182	0	724	458
DIE_RECHTE	1990	0	1576	414
REP	1257	0	966	291
DIE_VIOLETTEN	0	0	0	0
JED	0	0	0	0
MLPD	2496	0	2007	489
PAN	0	0	0	0
Gesundheitsfg	0	0	0	0
PARTEIL_WG_BRD	634	0.07	424	210
Schoener_Leben	0	0	0	0
V_Partei	0	0	0	0
FAMILIE	291	0.03	172	119
LD	99	0.01	49	50
LKR	91	0.01	47	44
Sonstige	176119	2.05	140008	36111

## 2 Korrelation von Wahlbeteiligung und Stimmenanteil

Kobak u.a. (2016) untersuchen die Resultate verschiedener russischer Wahlen auf den Verdacht von Parteiunterstützenden ausgefüllten und hinzugefügten Wahlzetteln ("stuffed ballots"). Eine Folge von "stuffed ballots" sind erhöhte Anzahlen der Wahlbeteiligung und zeigen damit eine klar positive Korrelation zwischen der relativen Wahlbeteiligung und der Höhe des Stimmanteils bez. der bevorzugten Partei. Zeichnet man die Bezirke in einem zweidimensionalen scatter plot als Punkte, wobei eine der Dimensionen die relative Grösse der Wahlbeteiligung und die andere Dimension die relativen Stimmanteile der bevorzugten Partei misst, dann sollte darin eine bimodale Verteilung der Punkte entlang einer Geraden mit positivem Anstieg erkennbar sein, der untere Modus mit den sauberen und der obere mit den Bezirken, bei denen evtl. "stuffed ballots" auftreten.

Leider kann die relative Wahlbeteiligung auf Bezirksebene für die Briefwähler nicht festgestellt werden, da die Briefwahlbezirke den Wahllokalen und daher der Anzahl der Wahlberechtigten nicht zugeordnet werden können und daher die Anzahl der Wahlberechtigten für die Briefwahlbezirke aus den Daten nicht ersichtlich ist.

Die folgende Tabelle listet die Pearson Korrelation zwischen relativer Wahlbeteiligung und den Parteistimmen über die Wahlkreise und die Nicht-Briefwahl Wahlbezirke:

Partei	Corr	CL <sub>low</sub>	CL <sub>upp</sub>
SPD	-0.53417	-0.64767	-0.39749
CDU	0.42162 *	0.26767	0.55457
GRUENE	0.28585 *	0.11818	0.43767
FDP	0.62764 *	0.50962	0.72248
LINKE	-0.19358	-0.35518	-0.02075
AfD	-0.67605	-0.76038	-0.56931
Sonst	-0.63036	-0.72463	-0.51294

Wenn man nur die Korrelationen bez. der Wahlkreise betrachtet, kommt man evtl. zu folgendem Schluss: Das für "stuffed ballots" notwendige (aber nicht hinreichende) Kriterium einer relativ grossen positiven Korrelation ist für FDP, CDU und Grüne erfüllt. Offenbar hatten die Linken, AfD und die SPD in solchen Wahlkreisen hohe Stimmanteile, in denen es eine geringe Wahlbeteiligung gab und es ist sehr unwahrscheinlich, dass es "stuffed ballots" zugunsten der Linken, der AfD oder der SPD gegeben haben könnte.

Hier eine Tabelle, die fünf Wahlkreise mit grösster und geringster Wahlbeteiligung zeigt:

Grösste Wahlbet.	Kreis	Kleinste Wahlbet.	Kreis
74.991	14 Koeln_II	53.075	62 Duisburg_III
74.196	68 Essen_IV	54.182	63 Duisburg_IV_Wesel_V
73.336	84 Muenster_I	55.157	75 Gelsenkirchen_II
72.999	46 Rhein_Kreis_Neuss_III	57.465	49 Moenchengladbach_I
72.173	79 Coesfeld_I_Borken_III	58.135	47 Krefeld_I_Viersen_III

Univariate Ausreisser Methoden finden die folgenden Ausreisser nach oben:

**Thompson** 1. 14 Koeln\_II

2. 68 Essen\_IV

Ungewichtet				
	99 Prozent		95 Prozent	
Mittel	Unteres CI	Oberes CI	Unteres CI	Oberes CI
0.6496	0.6402	0.6591	0.6425	0.6568
Gewichtet				
	99 Prozent		95 Prozent	
Mittel	Unteres CI	Oberes CI	Unteres CI	Oberes CI
0.6512	0.6419	0.6604	0.6441	0.6582

Die folgenden sieben Graphen zeigen die Wahlkreise in einem  $(x, y)$  plot, wobei  $x$  die Höhe der Wahlbeteiligung und  $y$  das prozentuale Resultat für die Partei darstellen. Interessant für "stuffed ballots" sind insbesondere die Wahlkreise in der rechten oberen Ecke des Plots, die sowohl eine hohe Wahlbeteiligung als auch ein gutes Wahlresultat für die Partei zeigen.



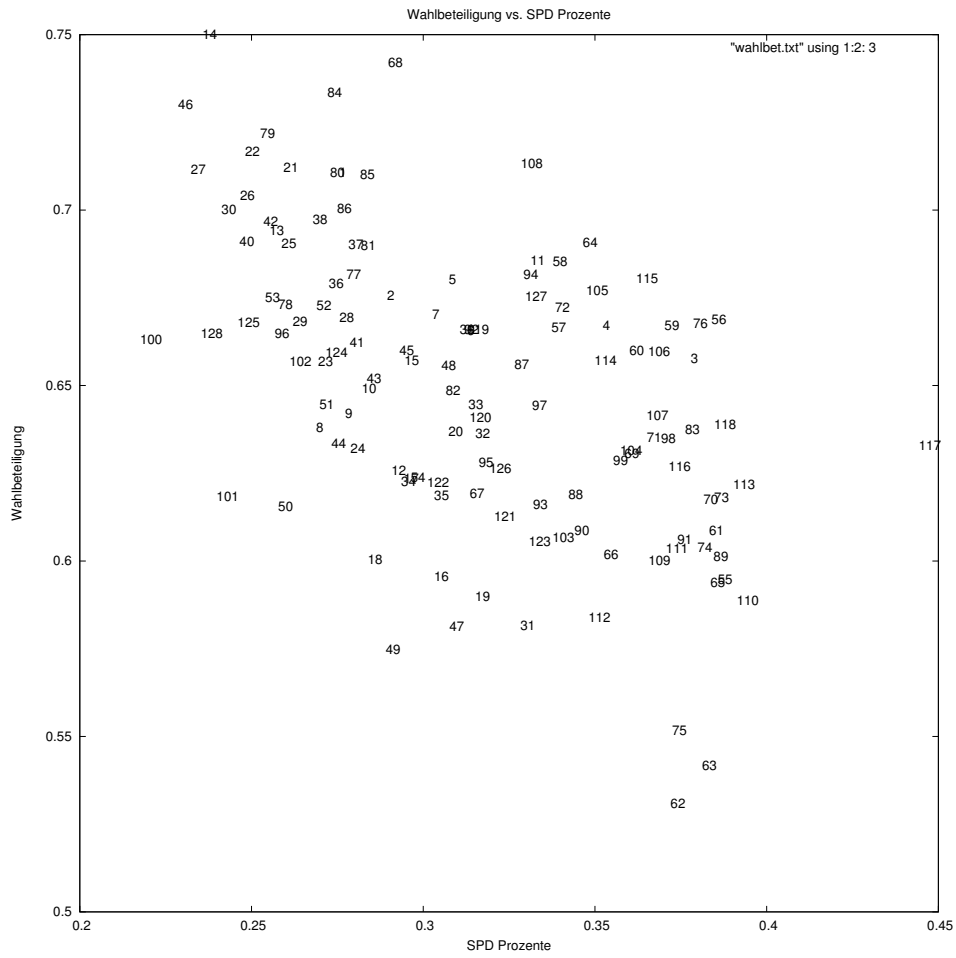


Figure 1: Wahlbeteiligung (y) vs. SPD (x)

Einige Wahlkreise SPD			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
3	Aachen_III	105	Ennepe_Ruhr_Kreis_I
56	Oberhausen_II_Wesel_I	106	Ennepe_Ruhr_Kreis_II
59	Wesel_IV	115	Unna_I
64	Muelheim_I	116	Unna_II
76	Bottrop	117	Unna_III_Hamm_II

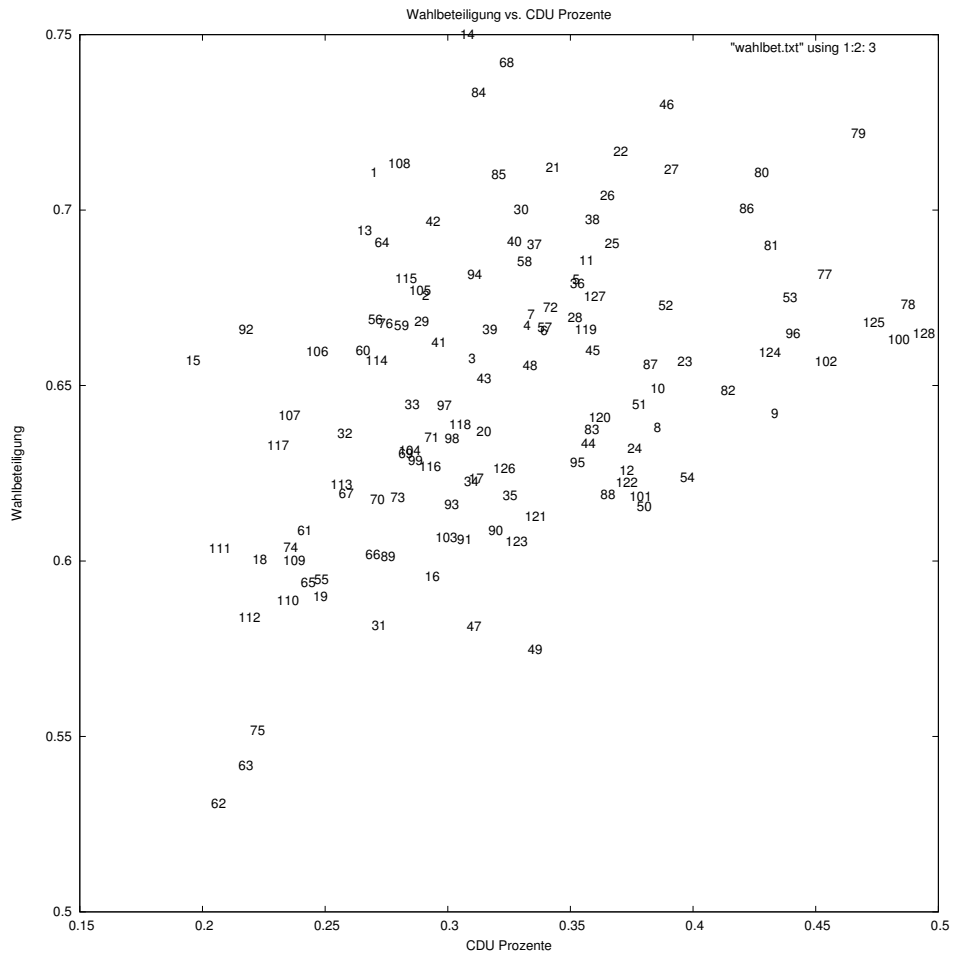


Figure 2: Wahlbeteiligung (y) vs. CDU (x)

Einige Wahlkreise CDU			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
77	Borken_I	86	Warendorf_I
78	Borken_II	100	Paderborn_I
79	Coesfeld_I_Borken_III	102	Hoexter
80	Coesfeld_II	125	Hochsauerlandkreis_II
81	Steinfurt_I	128	Olpe

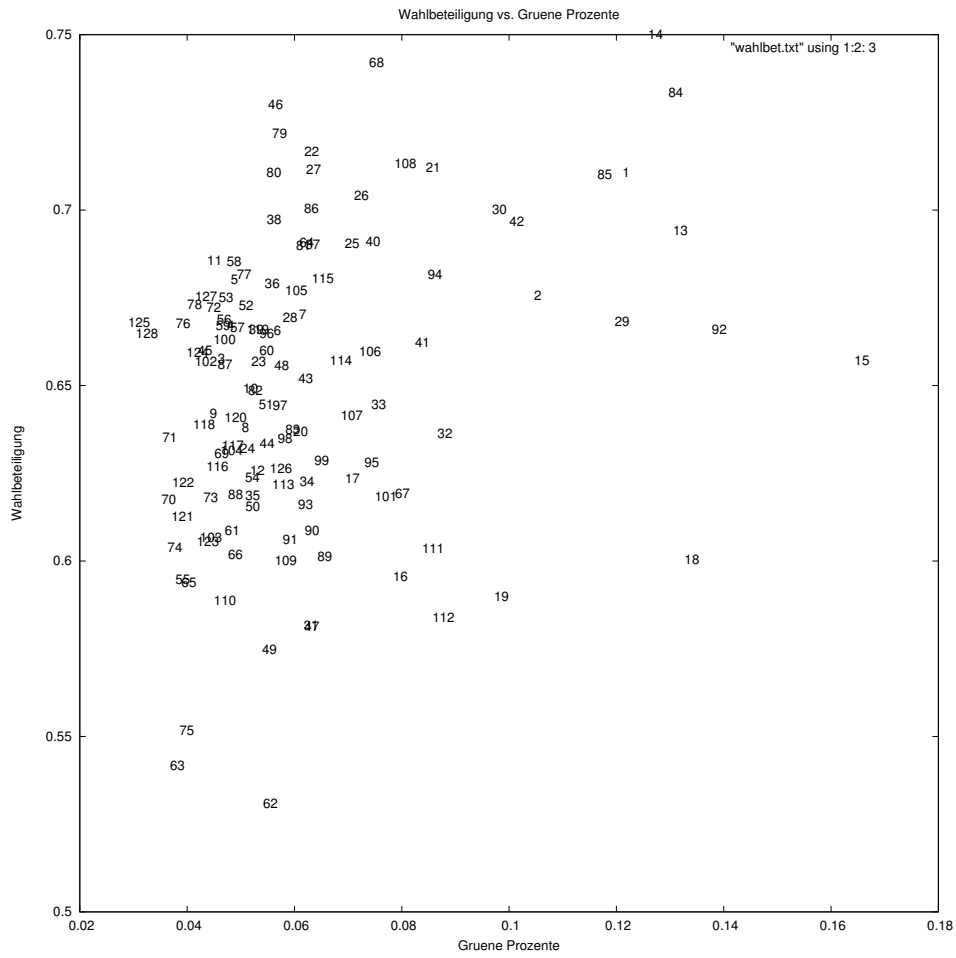


Figure 3: Wahlbeteiligung (y) vs. Gruene (x)

Einige Wahlkreise Grüne			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
1	Aachen_I	22	Rheinisch_Bergischer_Kreis_II
13	Koeln_I	29	Bonn_I
14	Koeln_II	82	Steinfurt_II
15	Koeln_III	84	Muenster_I
18	Koeln_VI	85	Muenster_II

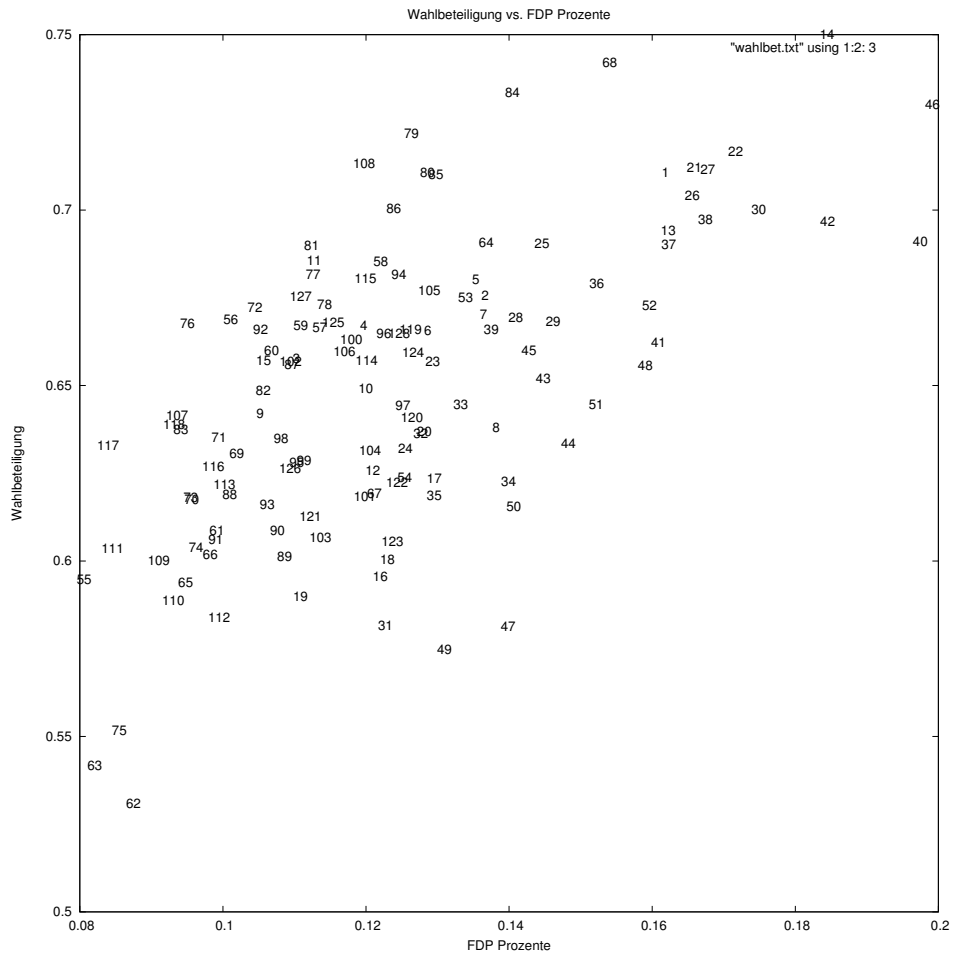


Figure 4: Wahlbeteiligung (y) vs. FDP (x)

Einige Wahlkreise FDP			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
1	Aachen_I	30	Bonn_II
14	Koeln_II	40	Duesseldorf_I
22	Rheinisch_Bergischer_Kreis_II	42	Duesseldorf_III
26	Rhein_Sieg_Kreis_II	46	Rhein_Kreis_Neuss_III
27	Rhein_Sieg_Kreis_III	68	Essen_IV

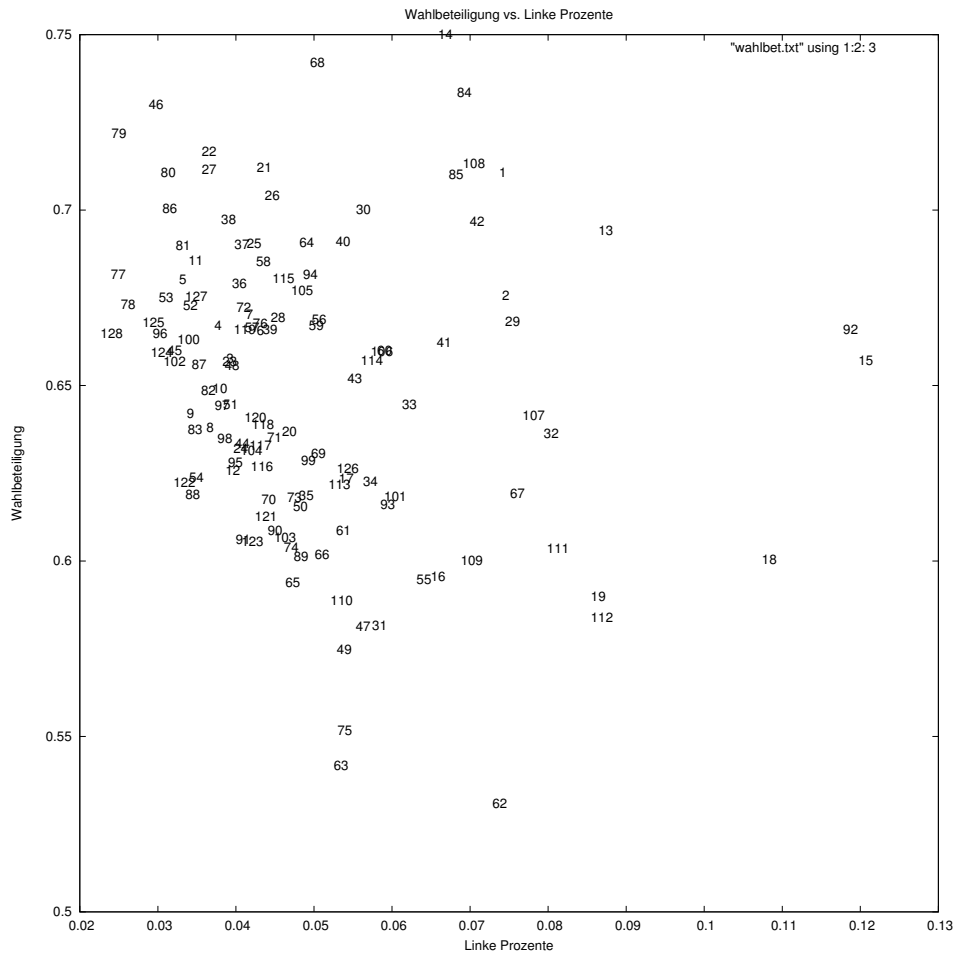


Figure 5: Wahlbeteiligung (y) vs. Linke (x)

Einige Wahlkreise Linke			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
2	Aachen_II	32	Wuppertal_II
13	Koeln_I	42	Duesseldorf_III
15	Koeln_III	92	Bielefeld_I
29	Bonn_I	107	Bochum_I

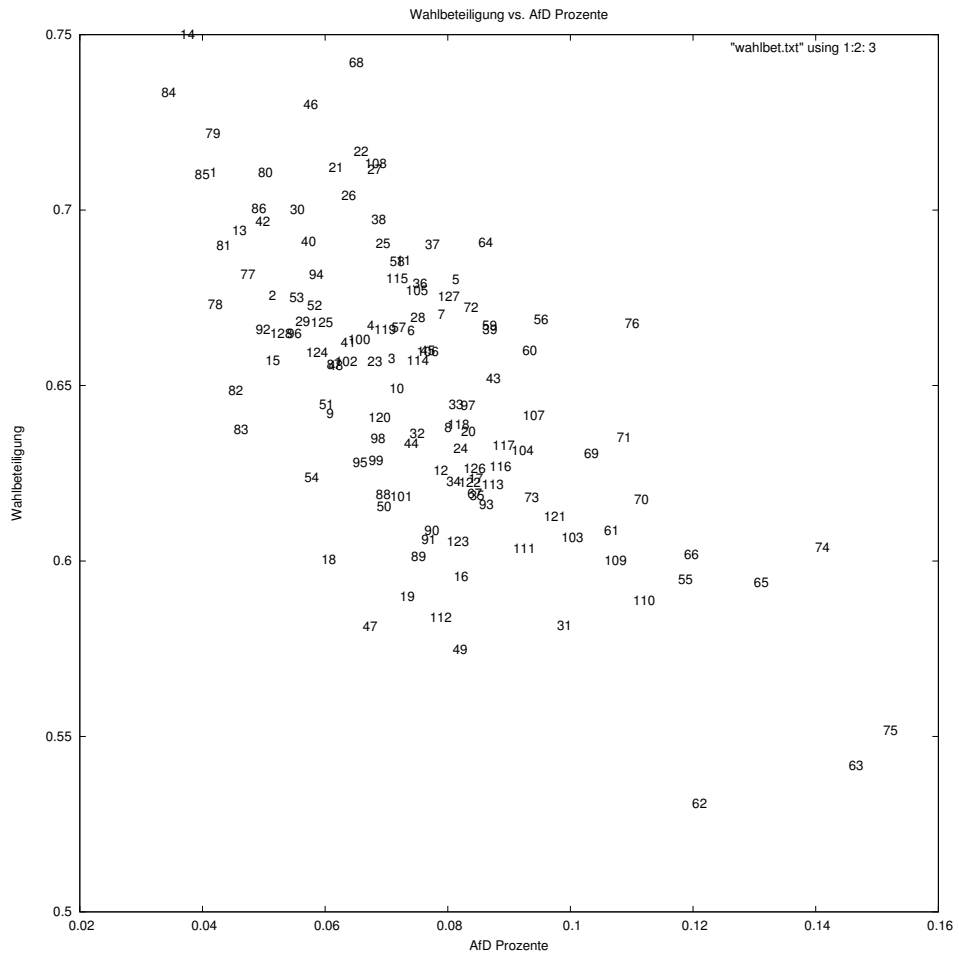


Figure 6: Wahlbeteiligung (y) vs. AfD (x)

Einige Wahlkreise AfD			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
56	Oberhausen_II_Wesel_I	71	Recklinghausen_IV
60	Duisburg_I	75	Gelsenkirchen_II
69	Recklinghausen_I	107	Bochum_I

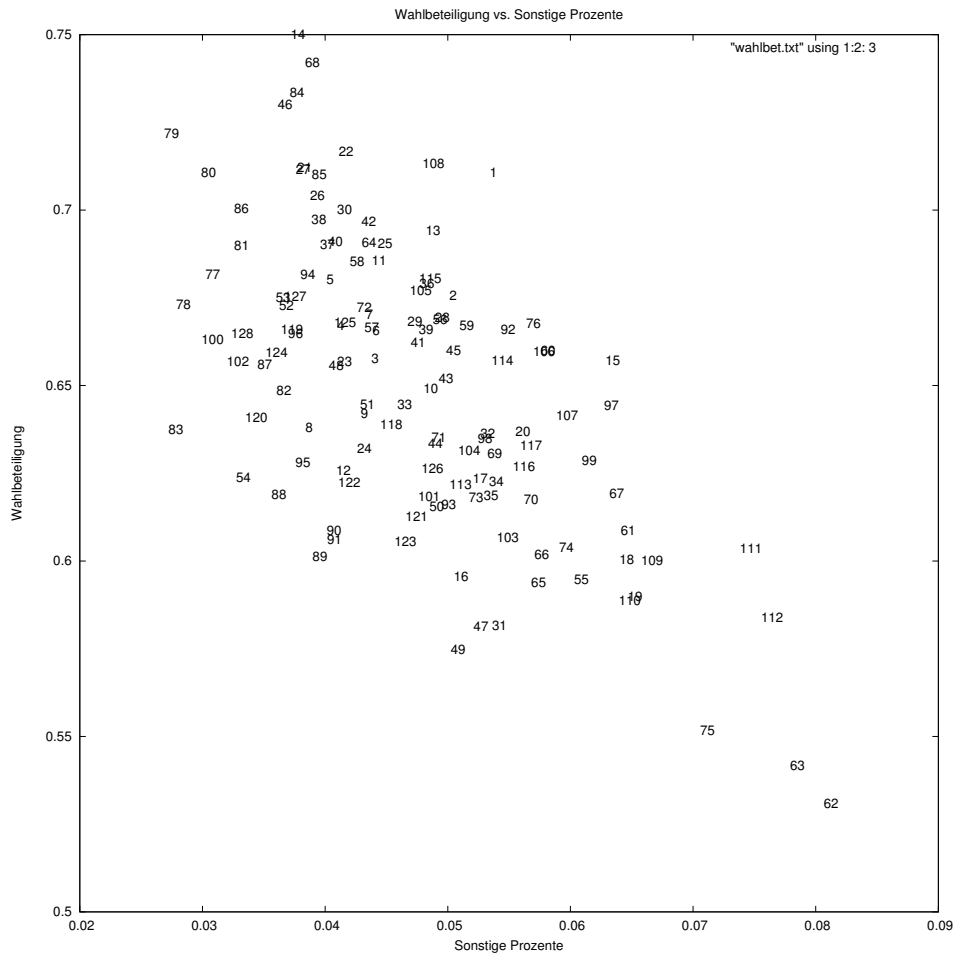


Figure 7: Wahlbeteiligung (y) vs. Sonstige (x)

Einige Wahlkreise Sonstige			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
15	Koeln_III	97	Lippe_I
76	Bottrop	100	Paderborn_I
92	Bielefeld_I	107	Bochum_I

### 3 Eindimensionale Ausreisseranalyse

#### 3.1 Analyse der Ausreisser-Kreise

Hier werden zunächst die Wahlkreise bestimmt, die für die Parteien die besten Resultate zeigten. Anschliessend werden diese gefundenen Ausreisserkreise weiter nach Ausreissern in ihren Bezirken untersucht.

##### 3.1.1 SPD

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

[ 1] 117 Unna\_III\_Hamm\_II

Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

<b>Partei: SPD, Kreis: 117=Unna_III_Hamm_II</b>	
1*	117 : 14035 : LW_117_Hamm_krfr_Stadt_513_

Die mit einem Asterisk gekennzeichneten Bezirke werden auch bei der bezirkswweisen Analyse in Abschnitt 3.2.1 gefunden.

##### 3.1.2 CDU

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [ 1] 128 Olpe
- [ 2] 78 Borken\_II
- [ 3] 100 Paderborn\_I
- [ 4] 125 Hochsauerlandkreis\_II
- [ 5] 79 Coesfeld\_I\_Borken\_III

Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

<b>Partei: CDU, Kreis: 128= Olpe</b>	
1	128 : 15703 : LW_128_Wenden_014_5_
2	128 : 15693 : LW_128_Lennestadt_Stadt_014_1_
<b>Partei: CDU, Kreis: 78= Borken_II</b>	
1*	78 : 9357 : LW_78_Vreden_Stadt_10_Vreden_Hamaland_Schule_Luenten_
2*	78 : 9325 : LW_78_Heek_6_Heek_Ausflugslokal_Hovestadt_
3	78 : 9377 : LW_78_Schoeppingen_6_Schoeppingen_Gaststaette_Hoelscher_Wermert_
<b>Partei: CDU, Kreis: 100= Paderborn_I</b>	
1	100 : 11855 : LW_100_Bueren_Stadt_13_
2	100 : 11874 : LW_100_Delbrueck_Stadt_131_
<b>Partei: CDU, Kreis: 125= Hochsauerlandkreis_II</b>	
1*	125 : 15189 : LW_125_Medebach_Stadt_090_
2*	125 : 15209 : LW_125_Medebach_Stadt_120_
3	125 : 15149 : LW_125_Hallenberg_Stadt_040_
<b>Partei: CDU, Kreis: 79= Coesfeld_I_Borken_III</b>	
1	79 : 9409 : LW_79_Raesfeld_4_Raesfeld_Stimmb_4_ehem_Schule_Homer_
2	79 : 9477 : LW_79_Heiden_5_Heiden_Ludgerus_Hauptschule_Raum_5_
3	79 : 9445 : LW_79_Coesfeld_Stadt_152_Coesfeld_Pfarrheim_Stevede_



Die mit einem Asterisk gekennzeichneten Bezirke werden auch bei der bezirkswisen Analyse in Abschnitt 3.2.1 gefunden.

### 3.1.3 Grüne

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [ 1] 15 Koeln\_III
- [ 2] 92 Bielefeld\_I
- [ 3] 18 Koeln\_VI
- [ 4] 13 Koeln\_I
- [ 5] 84 Muenster\_I

Man notiere, der Kreis 84=Muenster\_I zeigt die dritthöchste Wahlbeteiligung, siehe Tabelle im Kapitel 2. Alle fünf Kreise werden auch als Ausreisser bei der multidimensionalen MCD Analyse gefunden! Die ersten vier Kreise Koeln\_III, Bielefeld\_I, Koeln\_VI und Koeln\_I werden auch bei den Linken als Ausreisserkreise gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

<b>Partei: Grüne, Kreis: 15=Koeln_III</b>	
1*	15 : 2026 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_50117_
<b>Partei: Grüne, Kreis: 92=Bielefeld_I</b>	
1	92 : 10953 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_008_4_
2	92 : 10952 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_008_3_
<b>Partei: Grüne, Kreis: 18=Koeln_VI</b>	
1*	18 : 2402 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_10420_
2	18 : 2385 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_10403_
3	18 : 2388 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_10406_
<b>Partei: Grüne, Kreis: 13=Koeln_I</b>	
1*	13 : 1608 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_10208_
2	13 : 1601 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_10201_
3	13 : 1621 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_10221_
<b>Partei: Grüne, Kreis: 84=Muenster_I</b>	
1	84 : 10000 : LW_84_Muenster_krfr_Stadt_044_044_Overbergstrasse
2	84 : 10018 : LW_84_Muenster_krfr_Stadt_074_074_Oststrasse

Die mit einem \* gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirkswisen Analyse in 3.2.1 als Ausreisser gefunden.

### 3.1.4 FDP

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [ 1] 46 Rhein\_Kreis\_Neuss\_III
- [ 2] 40 Duesseldorf\_I
- [ 3] 42 Duesseldorf\_III
- [ 4] 14 Koeln\_II
- [ 5] 30 Bonn\_II

Die Kreise Koeln\_II und Duesseldorf\_III werden auch bei der multidimensionalen MCD Analyse gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

<b>Partei: FDP, Kreis: 46= Rhein_Kreis_Neuss_III</b>	
1*	46 : 5756 : BW_46_Meerbusch_Stadt_0019_
2	46 : 5684 : LW_46_Meerbusch_Stadt_0091_
<b>Partei: FDP, Kreis: 40= Duesseldorf_I</b>	
1*	40 : 5037 : BW_40_Duesseldorf_krfr_Stadt_1290_
2	40 : 4986 : LW_40_Duesseldorf_krfr_Stadt_5101_
3	40 : 5055 : BW_40_Duesseldorf_krfr_Stadt_5490_
<b>Partei: FDP, Kreis: 42= Duesseldorf_III</b>	
1	42 : 5276 : BW_42_Duesseldorf_krfr_Stadt_4490_
2	42 : 5270 : BW_42_Duesseldorf_krfr_Stadt_4191_
<b>Partei: FDP, Kreis: 14= Koeln_II</b>	
1	14 : 1923 : BW_14_Koeln_krfr_Stadt_30572_
2	14 : 1858 : LW_14_Koeln_krfr_Stadt_30605_
3	14 : 1852 : LW_14_Koeln_krfr_Stadt_30506_
<b>Partei: FDP, Kreis: 30= Bonn_II</b>	
1	30 : 4048 : BW_30_Bonn_krfr_Stadt_160_
2	30 : 3982 : LW_30_Bonn_krfr_Stadt_164_
3	30 : 3981 : LW_30_Bonn_krfr_Stadt_163_

Die mit einem \* gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirkswisen Analyse in 3.2.1 aus Ausreisser gefunden.

### 3.1.5 Die Linke

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [ 1] 15 Koeln\_III
- [ 2] 92 Bielefeld\_I
- [ 3] 18 Koeln\_VI
- [ 4] 13 Koeln\_I
- [ 5] 112 Dortmund\_II

Alle fünf Kreise werden auch als Ausreisser bei der multidimensionalen MCD Analyse gefunden! Die ersten vier Kreise Koeln\_III, Bielefeld\_I, Koeln\_VI und Koeln\_I werden auch bei den Grünen als Ausreisserkreise gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

<b>Partei: Die Linke, Kreis: 15= Koeln_III</b>	
1	15 : 1941 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40106_
2	15 : 1957 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40122_
3	15 : 1953 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40118_
<b>Partei: Die Linke, Kreis: 92= Bielefeld_I</b>	
1	92 : 10931 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_004_1_
2	92 : 10952 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_008_3_
3	92 : 10948 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_007_4_
<b>Partei: Die Linke, Kreis: 18= Koeln_VI</b>	
1	18 : 2430 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_80203_
2	18 : 2432 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_80205_
3	18 : 2436 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_80209_
<b>Partei: Die Linke, Kreis: 13= Koeln_I</b>	
1	13 : 1592 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_10112_
2	13 : 1613 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_10213_
3	13 : 1610 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_10210_
<b>Partei: Die Linke, Kreis: 112= Dortmund_II</b>	
1*	112 : 13229 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3102_
2*	112 : 13214 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_1105_
3	112 : 13219 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_2101_

Die mit einem \* gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirkswweisen Analyse in 3.2.1 aus Ausreisser gefunden.

### 3.1.6 AfD

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [ 1] 75 Gelsenkirchen\_II
- [ 2] 63 Duisburg\_IV\_Wesel\_V
- [ 3] 74 Gelsenkirchen\_I
- [ 4] 65 Essen\_I\_Muelheim\_II
- [ 5] 62 Duisburg\_III

Die Kreise Duisburg\_IV\_Wesel\_V und Gelsenkirchen\_II werden auch bei der multidimensionalen MCD Analyse gefunden. Die Kreise Duisburg\_III, Duisburg\_IV\_Wesel\_V und Gelsenkirchen\_II werden auch bei den Sontdigen gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

<b>Partei: AfD, Kreis: 75= Gelsenkirchen_II</b>	
1	75 : 8985 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_1203_
2	75 : 8982 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_1121_
<b>Partei: AfD, Kreis: 63= Duisburg_IV_Wesel_V</b>	
1*	63 : 7711 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_709_
2	63 : 7726 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_906_
3	63 : 7724 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_904_
<b>Partei: AfD, Kreis: 74= Gelsenkirchen_I</b>	
1*	74 : 8935 : LW_74_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_4202_
2*	74 : 8869 : LW_74_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_2102_
3	74 : 8912 : LW_74_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_4006_
<b>Partei: AfD, Kreis: 65= Essen_I_Muelheim_II</b>	
1	65 : 7962 : LW_65_Essen_krfr_Stadt_5003_
2	65 : 7960 : LW_65_Essen_krfr_Stadt_5001_
3	65 : 7961 : LW_65_Essen_krfr_Stadt_5002_
<b>Partei: AfD, Kreis: 62= Duisburg_III</b>	
1	62 : 7589 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1401_
2	62 : 7605 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1805_

Die mit einem \* gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirksweisen Analyse in 3.2.1 als Ausreisser gefunden.

### 3.1.7 Sonstige

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [ 1] 62 Duisburg\_III
- [ 2] 63 Duisburg\_IV\_Wesel\_V
- [ 3] 112 Dortmund\_II
- [ 4] 111 Dortmund\_I
- [ 5] 75 Gelsenkirchen\_II

Die Kreise Dortmund\_II, Duisburg\_IV\_Wesel\_V und Dortmund\_II werden auch bei der multidimensionalen MCD Analyse gefunden. Die Kreise Duisburg\_III, Duisburg\_IV\_Wesel\_V und Gelsenkirchen\_II werden auch bei den Sonstigen gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

<b>Partei: Sonstige, Kreis: 62= Duisburg III</b>	
1*	62 : 7554 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1001_
2*	62 : 7555 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1002_
3*	62 : 7631 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_2301_
<b>Partei: Sonstige, Kreis: 63= Duisburg IV_Wesel V</b>	
1*	63 : 7696 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_602_
2	63 : 7697 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_603_
3	63 : 7700 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_606_
<b>Partei: Sonstige, Kreis: 112= Dortmund II</b>	
1	112 : 13228 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3101_
2	112 : 13233 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3106_
3	112 : 13285 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_12104_
<b>Partei: Sonstige, Kreis: 111= Dortmund I</b>	
1	111 : 13129 : LW_111_Dortmund_krfr_Stadt_10101_
2	111 : 13104 : LW_111_Dortmund_krfr_Stadt_8101_
3	111 : 13115 : LW_111_Dortmund_krfr_Stadt_8112_
<b>Partei: Sonstige, Kreis: 75= Gelsenkirchen II</b>	
1	75 : 9037 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_5203_
2	75 : 9002 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_1410_
3	75 : 9004 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_1414_

Die mit einem \* gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirkswweisen Analyse in 3.2.1 aus Ausreisser gefunden.

### 3.1.8 Histogramm

Verteilung der relativen Häufigkeiten innerhalb der Wahlkreise für die einzelnen Parteien:

Histogramm=

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPD		6	16	23	18	21	12	18	13	0	1
CDU		8	10	21	24	20	18	12	6	4	5
GRUENE		21	51	27	11	6	3	3	4	1	1
FDP		7	19	27	29	18	9	9	6	2	2
LINKE		16	41	28	20	9	8	3	0	1	2
AfD		9	16	30	29	23	8	6	3	1	3
Sonst		6	20	28	22	23	14	8	2	2	3

D.h. im Normalfalle sollte es annähernd eine Normalverteilung geben, d.h. wenig Kreise mit sehr geringen oder sehr hohen relative Häufigkeiten und relativ viele Kreise mit mittleren Häufigkeiten. D.h. für die Grünen, Linken und AfD gab es hier relativ viele Wahlbezirke mit sehr kleinen Stimmanteilen.

## 3.2 Analyse der Bezirksdaten

### 3.2.1 Obere Ausreisser in Bezug auf alle Bezirke

Hier werden die Bezirksweise höchsten Wahlresultate für die einzelnen Parteien berichtet, ohne dabei die Resultate in den Wahlkreisen in Betracht zu ziehen.

<b>Bezirksausreisser für Partei: SPD</b>	
<b>Wahlkreis</b>	<b>Wahlbezirk</b>
117* : Unna_III_Hamm_II 83 : Steinfurt_III 88 : Minden_Luebbecke_I	14035 : LW_117_Hamm_krfr_Stadt_513_ 9977 : LW_83_Westerkappeln_132_Kindergarten_Am_Kapellenweg_ 10491 : LW_88_Huellhorst_071_
<b>Bezirksausreisser für Partei: CDU</b>	
<b>Wahlkreis</b>	<b>Wahlbezirk</b>
42 : Duesseldorf_III 125* : Hochsauerlandkreis_II 78* : Borken_II 78* : Borken_II 125* : Hochsauerlandkreis_II	5255 : BW_42_Duesseldorf_krfr_Stadt_3390_ 15189 : LW_125_Medebach_Stadt_090_ 9357 : LW_78_Vreden_Stadt_10_Vreden_Hamaland_Schule_Luenten_ 9325 : LW_78_Heek_6_Heek_Ausfluglokal_Hovestadt_ 15209 : LW_125_Medebach_Stadt_120_
<b>Bezirksausreisser für Partei: Grüne</b>	
<b>Wahlkreis</b>	<b>Wahlbezirk</b>
100 : Paderborn_I (2) 15* : Koeln_III (18) 18* : Koeln_VI 13* : Koeln_I 15 : Koeln_III	11795 : LW_100_Borchen_4_ 2026 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_50117_ 2402 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_10420_ 1608 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_10208_ 1972 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40213_
<b>Bezirksausreisser für Partei: FDP</b>	
<b>Wahlkreis</b>	<b>Wahlbezirk</b>
46* : Rhein_Kreis_Neuss_III 13 : Koeln_I 40* : Duesseldorf_I 13 : Koeln_I 13 : Koeln_I	5756 : BW_46_Meerbusch_Stadt_0019_ 1754 : BW_13_Koeln_krfr_Stadt_20771_ 5037 : BW_40_Duesseldorf_krfr_Stadt_1290_ 1742 : BW_13_Koeln_krfr_Stadt_20272_ 1683 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_20701_
<b>Bezirksausreisser für Partei: Linke</b>	
<b>Wahlkreis</b>	<b>Wahlbezirk</b>
112* : Dortmund_II (6) 41 : Duesseldorf_II (13) 32 : Wuppertal_II (9) 19 : Koeln_VII (11) 112* : Dortmund_II (7)	13229 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3102_ 5072 : LW_41_Duesseldorf_krfr_Stadt_2105_ 4166 : LW_32_Wuppertal_krfr_Stadt_008_ 2499 : LW_19_Koeln_krfr_Stadt_90109_ 13214 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_1105_

Die Ziffern in Klammern nach dem Namen des Wahlkreises, z.B. Paderborn\_I (2), dass dieser Wahlbezirk, in dem Falle also 11795 : LW\_100\_Borchen\_4\_, auch bei der bezirkweisen multidimensionalen MCD Analyse in Abschnit 4.4 als Ausreisser auf dem entsprechenden Rangplatz (im Beispiel also dem zweiten) gefunden wurde. Die mit einem \* gekennzeichneten Bezirke wurden auch bei der bezirkweisen Analyse in 3.1 aus Ausreisser gefunden.

Bezirksausreisser für Partei: AfD	
Wahlkreis	Wahlbezirk
24 : Oberbergischer_Kreis_II (19)	3178 : LW_24_Waldbroel_Stadt_40_
63* : Duisburg_IV_Wesel_V	7711 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_709_
74* : Gelsenkirchen_I	8935 : LW_74_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_4202_
74* : Gelsenkirchen_I	8869 : LW_74_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_2102_
121 : Maerkischer_Kreis_I	14606 : LW_121_Iserlohn_Stadt_153_
Bezirksausreisser für Partei: Sonstige	
Wahlkreis	Wahlbezirk
62* : Duisburg_III (1)	7554 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1001_
62* : Duisburg_III (4)	7555 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1002_
63* : Duisburg_IV_Wesel_V (3)	7696 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_602_
62* : Duisburg_III (5)	7631 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_2301_
66 : Essen_II (8)	8045 : LW_66_Essen_krfr_Stadt_3913_

Es überrascht die relativ hohe Übereinstimmung zwischen ein- und mehrdimensionalen (in Abschnitt 4.4) Ausreissern.

### 3.2.2 Histogramm

Verteilung der relativen Häufigkeiten in den Wahlbezirken für die einzelnen Parteien:

Histogramm=

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SPD	4	76	420	2207	4964	4622	2604	740	127	13
CDU	359	3045	5825	4681	1381	384	89	12	0	1
GRUENE	3925	8932	1953	593	268	92	12	1	0	1
FDP	97	2205	6575	4853	1520	386	98	37	5	1
LINKE	2169	7457	3911	1228	531	275	123	48	26	9
AfD	750	4875	5784	2809	1008	406	97	33	13	2
Sonst	8465	6590	628	75	13	5	0	0	0	1

### 3.3 Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate

In der Vergangenheit hat es immer wieder einmal Probleme mit der Verfälschung von Briefwahldaten gegeben. Das Problem dabei ist, dass eine sichere Aufbewahrung über einen grösseren Zeitraum schwer realisierbar ist.

Prozentualer Anteil Brief- und Lokalwähler für Parteien:

Rang	Partei	Briefwähler	Lokalwähler
1	FDP	0.27561	0.72439
2	CDU	0.26424	0.73576
3	SPD	0.24502	0.75498
4	Gruene	0.24495	0.75505
5	Sonstige	0.20446	0.79554
6	Die_Linke	0.14431	0.85569
7	AfD	0.06693	0.93307

Gemessen in Prozenten gab es die wenigsten Briefwähler bei der AfD und den Linken, die meisten dagegen bei der FDP, den Grünen, und der CDU. Es interessieren sicher die Kreise, bei der die relative (prozentuale) Anzahl der Briefwähler Ausreisser nach oben sind:

Partei	Rang	Ausreisser Kreis	Value
SPD	1	84 Muenster_I	0.3540
	2	14 Koeln_II	0.3529
	3	13 Koeln_I	0.3449
	4	128 Olpe	0.3424
	5	18 Koeln_VI	0.3395
CDU	1	84 Muenster_I	0.4056
	2	13 Koeln_I	0.3917
	3	14 Koeln_II	0.3898
	4	18 Koeln_VI	0.3851
	5	85 Muenster_II	0.3613
GRUENE	1	84 Muenster_I	0.3410
	2	14 Koeln_II	0.3204
	3	85 Muenster_II	0.3185
	4	18 Koeln_VI	0.3152
	5	17 Koeln_V	0.3069
FDP	1	84 Muenster_I	0.4063
	2	14 Koeln_I	0.3926
	3	18 Koeln_VI	0.3876
	4	13 Koeln_I	0.3847
	5	1 Aachen_I	0.3622
LINKE	1	128 Olpe	0.3018
	2	84 Muenster_I	0.2950
	3	14 Koeln_II	0.2927
	4	85 Muenster_II	0.2762
	5	13 Koeln_I	0.2703
AfD	1	14 Koeln_II	0.3517
	2	13 Koeln_I	0.3460
	3	84 Muenster_I	0.3321
	4	128 Olpe	0.3142
	5	18 Koeln_VI	0.2991
Sonstige	1	14 Koeln_II	0.3072
	2	13 Koeln_I	0.3062
	3	84 Muenster_I	0.3032
	4	17 Koeln_V	0.2915
	5	18 Koeln_VI	0.2898
Insgesamt	1	84 Muenster_I	0.3690
	2	14 Koeln_II	0.3617
	3	13 Koeln_I	0.3503
	4	18 Koeln_VI	0.3388
	5	85 Muenster_II	0.3304

Die Pearson und Spearman Korrelationen zwischen den Wahlergebnissen der Brief- und Lokalwählern insgesamt über alle Kreise offenbaren, dass es keine wesentlichen Unterschiede gibt:



Partei	Pearson	Spearman
SPD	0.97280	0.97417
CDU	0.97848	0.97733
GRUENE	0.98011	0.96255
FDP	0.95806	0.94949
LINKE	0.97733	0.95300
AfD	0.96281	0.95099
Sonst	0.84506	0.83285

Vergleicht man die relativen Wahlergebnisse der Wahlkreise zwischen Briefwahl und Lokalwahl erhält man die folgenden Mittelwerte und in der letzte Zeile die relative Differenz  $(Brief - Lokal)/Lokal$  :

Partei	SPD	CDU	GRUENE	FDP	LINKE	AfD	Sonstige
<b>Brief</b>	0.31391	0.34807	0.06013	0.13657	0.04034	0.06373	0.03726
<b>Lokal</b>	0.31596	0.31725	0.06391	0.11973	0.05286	0.07949	0.05079
<b>RelDiff</b>	-0.00649	0.09715	-0.05923	0.14063	-0.23690	-0.19831	-0.26650

Je höher der Wert der relativen Differenz, desto grösser ist der Anteil der Briefwahlstimmen im Vergleich zu den Wahllokalstimmen der jeweiligen Partei. Für grosse positive Werte sollte es evtl. eine Begründung geben. Die Summe der ersten zwei Zeilen ist jeweils 1.

Die  $p$  Werte für den Vergleich der Mittelwerte der relativen Wahlkreisdaten mit den folgenden Tests

1. übliche  $t$  Test
2. Welsh  $t$  test
3. Wilcoxon (Man-Whitney) test

zeigt die nächste Tabelle, die, mit Ausnahme der SPD und evtl. der Grünen, für alle Parteien zeigt, dass die Mittelwerte für Brief- und Lokalwahl signifikant verschieden sind:

Partei	Common t Test	Welsh t Test	Man-Whitney
SPD	0.74294	0.74295	0.62983
CDU	0.00017	0.00017	0.00010
GRUENE	0.21183	0.21184	0.13672
FDP	2e-007	3e-007	2e-007
LINKE	7e-009	8e-009	2e-010
AfD	2e-009	2e-009	1e-009
Sonst	6e-023	3e-022	4e-021

Das bedeutet, dass es mit Ausnahme von SPD und Grünen für alle Parteien signifikante Unterschiede im Wahlverhalten zwischen Briefwählern und Lokalwählern gibt.

Um Ausreisser beim Vergleich von Brief- und Lokalwählern zu ermitteln haben wir uns entschlossen, so vorzugehen:

1. Zuerst berechnen wir die relativen Häufigkeiten der Stimmen für jede Partei bei Brief- und Lokalwählern für jeden Wahlkreis. (Prozentwerte sind das hundertfache der relativen Häufigkeiten.)

2. Dann berechnen wir die Differenzen zwischen den Briefwahl- und Lokalwahl-Paaren. Bei einem relativ normalen Abstimmungsverhalten sollten diese Werte nahezu bei Null liegen.
3. Wir erhalten so einen eindimensionalen Datensatz mit der Länge der Anzahl der Wahlkreise, den wir auf Ausreisser zugunsten der Briefwähler bzw. Lokalwähler testen können.

Aufgrund der Informationen in den obigen Tabellen erwarten wir kaum Ausreisser bei den Differenzen zwischen Briefwahl- und Lokalwahl-Resultaten. Ein + Zeichen in der letzten Spalte der Tabelle zeigt an, dass es sich hier um einen Ausreisser zugunsten der Briefwahl handelt während ein - einen Ausreisser zugunsten der Lokalwahl anzeigt.

Partei	Rang	Wahlkreis	+ oder -
SPD	1	107 Bochum_I	+
	2	1 Aachen_I	-
	3	82 Steinfurt_II	-
	4	83 Steinfurt_III	-
	5	30 Bonn_II	-
CDU	1	88 Minden_Luebbecke_I	-
	2	100 Paderborn_I	-0
	3	99 Lippe_III	-
	4	96 Guetersloh_III	-
Gruene	1	13 Koeln_I	-0
	2	14 Koeln_II	-
	3	108 Bochum_II	-
	4	84 Muenster_I	-0
	5	99 Lippe_III	+
FDP	1	1 Aachen_I	+
	2	2 Aachen_II	+
	3	34 Solingen_I	+
	4	128 Olpe	-
	5	72 Recklinghausen_IV	-
Linke	1	92 Bielefeld_I	-0
	2	18 Koeln_VI	-0
	3	32 Wuppertal_II	-
	4	13 Koeln_I	-0
	5	15 Koeln_III	-0
AfD	1	63 Duisburg_IV_Wesel_V	-0
	2	74 Gelsenkirchen_I	-0
	3	31 Wuppertal_I	-
	4	76 Bottrop	-
	5	121 Maerkischer_Kreis_I	-0
Sonstige	1	62 Duisburg_III	-0
	2	75 Gelsenkirchen_II	-0
	3	63 Duisburg_IV_Wesel_V	-0
	4	74 Gelsenkirchen_I	-
	5	99 Lippe_III	-

Einige der hier gefundenen Kreise wurden auch als Ausreisser in Kapitel 3.1 gefunden. Allerdings wurden dort Ausreisser in der Höhe des allgemeinen (Lokal-

und Briefwahlen) Stimmverhaltens bez. der Parteien aufgedeckt, während hier Ausreisser im Vergleich der Stimmenanteile zwischen Lokal- und Briefwahlen gefunden wurden.

- \* Kreise die hier mit einem Asterisk \* gekennzeichnet sind: Der Wahlkreis ist als Ausreisser erkannt worden was hier mit positivem Briefwahlverhalten unterstützt wird.
- o Kreise die hier mit einem Kreis o gekennzeichnet sind: Der Wahlkreis ist als Ausreisser erkannt worden trotz des negativen Briefwahlverhaltens hier.

## 4 Mehrdimensionale Ausreisseranalyse

### 4.1 Analyse der Kreisdaten mit MCD

Die folgende Tabelle enthält die Wahlkreise, die für alle Parteien die 15 bedeutendsten multidimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz. Die Spalte `Mahal.` zeigt den Wert der Mahalanobis Distanz:

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Kreise 3.1	Kreise 3.2
1	13.630	4.9982	15 Koeln_III	Grüne, Linke	Grüne
2	12.035	5.0515	92 Bielefeld_I	Grüne, Linke	
3	10.121	3.6434	18 Koeln_VI	Grüne, Linke	Grüne
4	8.3765	3.8153	84 Muenster_I	Grüne	
5	8.0014	2.9438	13 Koeln_I	Grüne, Linke	FDP
6	7.1620	2.9919	85 Muenster_II		
7	7.1194	3.8751	112 Dortmund_II	Linke, Sonstige	Linke
8	7.0588	2.8831	29 Bonn_I		
9	7.0478	3.2788	1 Aachen_I		
10	7.0375	3.5607	14 Koeln_II	FDP	
11	6.5467	2.5719	19 Koeln_VII		Linke
12	6.1797	3.1353	111 Dortmund_I	Sonstige	
13	5.7571	1.8954	2 Aachen_II		
14	5.7249	4.1355	63 Duisburg_IV_Wesel_V	AfD, Sonstige	AfD, Sonstige
15	5.5682	4.2971	75 Gelsenkirchen_II	AfD, Sonstige	
16	5.2788	3.1679	42 Duesseldorf_III	FDP	

Die ersten und bedeutendsten dieser Ausreisser, die Wahlkreise Koeln\_III, Bielefeld\_I, Koeln\_I und Koeln\_VI wurden bereits bei den eindimensionalen Analysen der Grünen und Linken als problematisch erkannt. Der Kreis Muenster\_I wurde bei den Grünen und der Kreis Dortmund\_II bei den Linken als zusätzliche Ausreisserkreise erkannt.

### 4.2 Bezirks-Ausreisser innerhalb der Kreise-Ausreisser

Ähnlich zu den Abschnitten 2.1 und 2.2 sollen auch hier die bedeutendsten Ausreisserkreise intern nach den auffälligsten Ausreiserbezirken untersucht werden:

Wahlkreis= 15 : Koeln_III (51 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
9.9848	3.9529	1996 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40405_
9.8437	3.8569	2004 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40507_
9.5691	3.5546	2002 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40505_
9.0737	3.6310	1985 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40306_
8.8860	3.5926	2065 : BW_15_Koeln_krfr_Stadt_40572_

<b>Wahlkreis= 29 : Bielefeld_I (92 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
5.7140	4.4625	10981 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_013_6_
4.8923	3.4977	10916 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_001_3_
4.7398	3.2098	10931 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_004_1_
4.4844	3.7842	10941 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_006_1_
4.4166	3.0162	10948 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_007_4_
<b>Wahlkreis= 18 : Koeln_VI (38 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
10.213	4.1163	2457 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_80903_
10.122	3.7665	2440 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_80304_
8.8471	4.0531	2441 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_80305_
8.5340	3.1476	2448 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_80501_
8.1560	3.5605	2456 : LW_18_Koeln_krfr_Stadt_80902_
<b>Wahlkreis= 84 : Muenster_I (30 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
8.9327	4.2780	10033 : LW_84_Muenster_krfr_Stadt_162_162_Koenigsberger_Strasse
8.4362	4.6181	10032 : LW_84_Muenster_krfr_Stadt_161_161_Dachsleite
8.2026	3.8026	10036 : LW_84_Muenster_krfr_Stadt_165_165_Breslauer_Strasse
8.1399	5.0494	10024 : LW_84_Muenster_krfr_Stadt_145_145_Brueningheide
6.8252	3.9918	10025 : LW_84_Muenster_krfr_Stadt_146_146_Killingstrasse
<b>Wahlkreis= 13 : Koeln_I (24 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
9.2699	6.9731	1721 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_21304_
5.9815	4.4821	1754 : BW_13_Koeln_krfr_Stadt_20771_
5.8888	4.7931	1684 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_20702_
5.2691	4.0214	1718 : LW_13_Koeln_krfr_Stadt_21301_
5.1028	3.9472	1742 : BW_13_Koeln_krfr_Stadt_20272_
<b>Wahlkreis= 85 : Muenster_II (21 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
11.498	6.5766	10154 : LW_85_Muenster_krfr_Stadt_0236_236_Hogenbergstrasse
7.4969	5.0177	10155 : LW_85_Muenster_krfr_Stadt_0237_237_Am_Berg_Fidel
5.9908	3.4416	10150 : LW_85_Muenster_krfr_Stadt_0232_232_Vennheideweg
5.7561	4.1469	10108 : LW_85_Muenster_krfr_Stadt_0093_093_Bremer_Strasse
5.7255	4.2530	10111 : LW_85_Muenster_krfr_Stadt_0101_101_Zumbroockstrasse
<b>Wahlkreis= 112 : Dortmund_II (26 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
10.438	5.4494	13229 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3102_
8.9153	4.1807	13285 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_12104_
7.8417	3.7467	13228 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3101_
7.6644	3.5703	13233 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3106_
7.5060	3.4497	13275 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_11101_
<b>Wahlkreis= 29 : Bonn_I (27 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
11.657	6.7240	3880 : LW_29_Bonn_krfr_Stadt_71_
9.3703	4.3918	3892 : LW_29_Bonn_krfr_Stadt_133_
8.8711	4.4082	3858 : LW_29_Bonn_krfr_Stadt_25_
6.9181	3.1466	3883 : LW_29_Bonn_krfr_Stadt_74_
6.9078	4.0931	3871 : LW_29_Bonn_krfr_Stadt_53_

<b>Wahlkreis= 1 : Aachen_I (21 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
7.3267	5.3294	94 : BW_1_Aachen_krfr_Stadt_9031_
6.6197	3.7646	19 : LW_1_Aachen_krfr_Stadt_1703_
6.4954	3.7739	39 : LW_1_Aachen_krfr_Stadt_2405_
6.4176	3.7743	18 : LW_1_Aachen_krfr_Stadt_1702_
5.4432	3.4602	41 : LW_1_Aachen_krfr_Stadt_2502_
<b>Wahlkreis= 14 : Koeln_II (25 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
6.2624	4.5325	1847 : LW_14_Koeln_krfr_Stadt_30501_
6.0136	4.5118	1778 : LW_14_Koeln_krfr_Stadt_30201_
5.9034	4.5472	1783 : LW_14_Koeln_krfr_Stadt_30206_
5.8261	4.8397	1833 : LW_14_Koeln_krfr_Stadt_30322_
5.5082	4.5397	1882 : LW_14_Koeln_krfr_Stadt_30806_
<b>Wahlkreis= 19 : Koeln_VII (26 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
7.2286	4.2680	2499 : LW_19_Koeln_krfr_Stadt_90109_
6.8988	4.9455	2520 : LW_19_Koeln_krfr_Stadt_90303_
6.1130	3.2135	2497 : LW_19_Koeln_krfr_Stadt_90107_
5.8983	3.4927	2498 : LW_19_Koeln_krfr_Stadt_90108_
5.8006	4.0043	2509 : LW_19_Koeln_krfr_Stadt_90119_
<b>Wahlkreis= 111 : Dortmund_I (30 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
7.2157	3.1064	13123 : LW_111_Dortmund_krfr_Stadt_9108_
7.1611	4.0181	13113 : LW_111_Dortmund_krfr_Stadt_8110_
7.1379	3.8937	13114 : LW_111_Dortmund_krfr_Stadt_8111_
7.0462	2.8444	13122 : LW_111_Dortmund_krfr_Stadt_9107_
6.8083	3.2587	13115 : LW_111_Dortmund_krfr_Stadt_8112_
<b>Wahlkreis= 2 : Aachen_II (18 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
7.1940	5.4131	138 : LW_2_Aachen_krfr_Stadt_4203_
6.5284	4.7295	109 : LW_2_Aachen_krfr_Stadt_3301_
6.3854	4.1074	136 : LW_2_Aachen_krfr_Stadt_4201_
5.0863	3.0521	106 : LW_2_Aachen_krfr_Stadt_3203_
4.9735	3.0124	113 : LW_2_Aachen_krfr_Stadt_3305_
<b>Wahlkreis= 63 : Duisburg_IV_Wesel_V (29 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
13.102	5.4835	7696 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_602_
10.352	5.4300	7709 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_707_
9.3072	4.1005	7700 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_606_
9.2353	4.1434	7699 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_605_
8.8431	4.0311	7697 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_603_
<b>Wahlkreis= 75 : Gelsenkirchen_II (21 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
8.8318	5.6407	9004 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_1414_
6.9156	5.0691	9037 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_5203_
6.6751	4.1519	9002 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_1410_
6.0746	4.4836	9023 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_5005_
5.6131	3.4167	8969 : LW_75_Gelsenkirchen_krfr_Stadt_1007_

<b>Wahlkreis= 42 : Duesseldorf.III (19 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
15.784	8.5289	5255 : BW_42_Duesseldorf_krfr_Stadt_3390_
10.230	5.8598	5187 : LW_42_Duesseldorf_krfr_Stadt_3301_
8.0930	5.0517	5251 : BW_42_Duesseldorf_krfr_Stadt_3192_
6.7897	4.3084	5208 : LW_42_Duesseldorf_krfr_Stadt_3618_
5.9861	3.5090	5206 : LW_42_Duesseldorf_krfr_Stadt_3616_
<b>Wahlkreis= 62 : Duisburg.III (27 Outliers)</b>		
<b>RobustD</b>	<b>Mahal.D</b>	<b>Wahlbezirk</b>
24.626	7.4524	7554 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1001_
10.847	4.3997	7555 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1002_
10.246	3.3477	7631 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_2301_
8.7447	4.8131	7653 : BW_62_Duisburg_krfr_Stadt_9202_
7.7018	5.1822	7571 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1203_

### 4.3 Analyse der Kreisdaten mit LTS

Das sollte später überarbeitet werden.

#### 4.4 Analyse der Bezirksdaten mit MCD

Die folgende Tabelle enthält die Wahlbezirke, die für alle Parteien die 20 bedeutendsten multidimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz. Die Spalte **Mahal.** zeigt den Wert der Mahalanobis Distanz.

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Bezirk
1	30.932	22.581	62	7554 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1001_
2	19.076	11.619	100	11795 : LW_100_Borchen_4_
3	15.888	10.851	63	7696 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_602_
4	15.763	11.701	62	7555 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1002_
5	14.082	9.8338	62	7631 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_2301_
6	13.919	9.2895	112	13229 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3102_
7	13.874	7.9116	112	13214 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_1105_
8	13.586	7.5266	32	4166 : LW_32_Wuppertal_krfr_Stadt_008_
9	13.533	9.9490	66	8045 : LW_66_Essen_krfr_Stadt_3913_
10	13.441	7.2362	15	1941 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40106_
11	13.388	7.1592	15	1957 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40122_
12	13.384	7.5005	19	2499 : LW_19_Koeln_krfr_Stadt_90109_
13	13.159	7.4792	41	5072 : LW_41_Duesseldorf_krfr_Stadt_2105_
14	12.941	7.0719	32	4170 : LW_32_Wuppertal_krfr_Stadt_012_
15	12.782	9.2624	61	7523 : LW_61_Duisburg_krfr_Stadt_2904_
16	12.532	8.1908	112	13228 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3101_
17	12.511	7.4998	15	2026 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_50117_
18	12.472	8.7651	63	7697 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_603_
19	12.125	10.390	24	3178 : LW_24_Waldbroel_Stadt_40_
20	11.986	6.7633	92	10931 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_004_1_

N	Kreis	Bezirk	Kreise 3.1	Bezirke 3.2
1	62	7554 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1001_	Linke, AfD	Sonstige
2	100	11795 : LW_100_Borchen_4_		Grüne
3	63	7696 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_602_	Linke, AfD	Sonstige
4	62	7555 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1002_	Linke, AfD	Sonstige
5	62	7631 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_2301_	Linke, AfD	Sonstige
6	112	13229 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3102_	AfD, Sonstige	Linke
7	112	13214 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_1105_	AfD, Sonstige	Linke
8	32	4166 : LW_32_Wuppertal_krfr_Stadt_008_		Linke
9	66	8045 : LW_66_Essen_krfr_Stadt_3913_		Sonstige
10	15	1941 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40106_	Grüne, Sonstige	
11	15	1957 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_40122_	Grüne, Sonstige	
12	19	2499 : LW_19_Koeln_krfr_Stadt_90109_	Sonstige	Linke
13	41	5072 : LW_41_Duesseldorf_krfr_Stadt_2105_		Linke
14	32	4170 : LW_32_Wuppertal_krfr_Stadt_012_		
15	61	7523 : LW_61_Duisburg_krfr_Stadt_2904_	Linke	
16	112	13228 : LW_112_Dortmund_krfr_Stadt_3101_	Sonstige, AfD	
17	15	2026 : LW_15_Koeln_krfr_Stadt_50117_	Grüne, Sonstige	Grüne
18	63	7697 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_603_	Linke, AfD	
19	24	3178 : LW_24_Waldbroel_Stadt_40_		AfD
20	92	10931 : LW_92_Bielefeld_krfr_Stadt_004_1_	Grüne, Sonstige	



Interessant ist das multiple Auftreten der Kreise 62 und 63 (bei Linken und AfD), des Kreises 112 (bei AfD und Sonstigen) und des Kreises 15 (bei Grünen und Sonstigen). Die letzten beiden Spalten zeigen, ob

- der entsprechende Kreis bereits bei einer der eindimensionalen Analysen in Abschnitt 3.1
- der entsprechende Bezirk bereits bei einer der eindimensionalen Analysen in Abschnitt 3.2

gefunden worden ist.

Hier sollte man beachten, dass eine MCD für eine Datenmatrix mit 15777 Zeilen (Bezirken) nicht immer absolut ueberzeugende Resultate liefern muss. Ein Indikator dafür ist wohl auch der Wert der robusten Distanz.

#### 4.5 Briefwahl- versus Kabinenwahl-Resultate

Wie im entsprechenden Abschnitt der univariaten Analysen beschrieben, berechnen wir auch hier die Differenzen zwischen den Briefwahl- und Lokalwahl-Paaren und nehmen an, dass bei einem relativ normalen Abstimmungsverhalten diese Werte nahezu bei Null liegen sollten.

Die folgende Tabelle enthält die Wahlkreise, die für alle Parteien die ermittelten 15 multimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz.

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Rang in 4.1
1	8.2705	4.6428	13 Koeln_I	5
2	7.8122	4.8070	92 Bielefeld_I	2
3	6.8660	5.2575	99 Lippe_III	
4	6.8420	3.5214	18 Koeln_VI	3
5	6.5441	4.1435	14 Koeln_II	10
6	6.0757	3.3726	15 Koeln_III	1
7	5.8626	4.1551	63 Duisburg_IV_Wesel_V	14
8	5.6654	4.5515	101 Paderborn_II	
9	5.5761	3.3218	108 Bochum_II	
10	5.4676	3.8348	1 Aachen_I	9
11	5.1428	3.4825	74 Gelsenkirchen_I	
12	5.1166	4.0514	62 Duisburg_III	
13	5.0956	3.0735	32 Wuppertal_II	
14	4.9809	2.8250	84 Muenster_I	4
15	4.5585	3.0052	112 Dortmund_II	7
16	4.4680	3.2888	31 Wuppertal_I	

Diese Tabelle ist wenig aussagekräftig, da sie nur die Kreise anzeigt, bei denen es offenbar Unterschiede zwischen Briefwahl- und Lokalwahl-Resultaten aller Parteien zusammengenommen gibt.

## 5 Vergleiche Erst- und Zweitstimmen Resultate

In diesem Abschnitt untersuchen wir die extremen Unterschiede zwischen der Resultaten der Erst- und Zweitstimmen für jede einzelne Partei

1. auf der Ebene der Wahlkreisdaten und
2. auf der Ebene der Wahlbezirksdaten.

Als Indikator verwenden wir für Partei  $p$  den folgenden Quotienten

$$crit_{k,p} = \frac{|rel1_{k,p} - rel2_{k,p}|}{rel1_{k,p} + rel2_{k,p}}$$

wobei  $k$  entweder den Index des Wahlkreises oder des Wahlbezirkes darstellt und  $rel1$  bzw.  $rel2$  sich auf die relativen Stimmresultate der Erst- und Zweitstimmen beziehen.

- Es gilt natuerlich  $0 \leq crit_{k,p} \leq 1$ .
- Der Wert von  $crit_{k,p}$  ist gleich 1 wenn entweder  $rel1_{k,p}$  oder  $rel2_{k,p}$  Null ist.
- Der Wert von  $crit_{k,p}$  ist gleich 0 wenn  $rel1_{k,p}$  und  $rel2_{k,p}$  gleich sind.
- Je näher  $crit_{k,p}$  an 1 herankommt, umso verschiedener sind die Erst- und Zweitstimmenresultate für diesen Kreis bzw. Bezirk.

Es ist zu erwarten, dass die Unterschiede zwischen  $rel1_{k,p}$  und  $rel2_{k,p}$  bei den Kreisdaten gering sind, dass es aber bei den Resultaten der Wahlbezirke zu Ausreissern kommen kann. Bei den Kreisdaten sind also kleine Werte von  $crit_{k,p}$  zu erwarten, bei den Bezirksdaten existieren aber Ausreisser mit hohen Werten von  $crit_{k,p}$ .

## 5.1 Vergleich der Wahlkreise

Partei	Kreise	Erstst.	Zweitst.	Crit.
SPD	29 Bonn_I	0.3452	0.2641	0.1331
	1 Aachen_I	0.3612	0.2766	0.1327
	92 Bielefeld_I	0.4006	0.3141	0.1210
	64 Muelheim_I	0.4374	0.3487	0.1128
	8 Euskirchen_I	0.3345	0.2699	0.1069
CDU	38 Mettmann_III	0.4723	0.3590	0.1363
	6 Rhein_Erft_Kreis_II	0.4422	0.3393	0.1317
	13 Koeln_I	0.3429	0.2661	0.1261
GRUENE	32 Wuppertal_II	0.1509	0.0881	0.2631
	123 Maerkischer_Kreis_III	0.0277	0.0439	0.2260
	64 Muelheim_I	0.0443	0.0623	0.1690
	10 Heinsberg_II	0.0723	0.0519	0.1648
	51 Viersen_I	0.0717	0.0547	0.1341
FDP	22 Rheinisch_Bergischer_Kreis_II	0.0849	0.1717	0.3385
	23 Oberbergischer_Kreis_I	0.0647	0.1293	0.3329
LINKE	36 Mettmann_I	0.0000	0.0405	1.0000
	73 Recklinghausen_IV	0.0675	0.0475	0.1735
	80 Coesfeld_II	0.0428	0.0314	0.1542
	72 Recklinghausen_IV	0.0541	0.0410	0.1376
	104 Hagen_II_Ennepe_Ruhr_Krs_III	0.0550	0.0420	0.1341
AfD	112 Dortmund_II	0.0000	0.0789	1.0000
	47 Krefeld_I_Viersen_III	0.0000	0.0674	1.0000
	94 Guetersloh_I_Bielefeld_III	0.0000	0.0586	1.0000
	125 Hochsauerlandkreis_II	0.0000	0.0595	1.0000
	104 Hagen_II_Ennepe_Ruhr_Krs_III	0.0000	0.0922	1.0000
Sonstige	64 Muelheim_I	0.0000	0.0436	1.0000
	87 Warendorf_II	0.0000	0.0351	1.0000
	78 Borken_II	0.0000	0.0285	1.0000
	117 Unna_III_Hamm_II	0.0000	0.0568	1.0000
	8 Euskirchen_I	0.0000	0.0387	1.0000

## 5.2 Vergleich der Wahlbezirke

Partei	Bezirke	Erstst.	Zweitst.	Crit.
SPD	961 LW_8_Blankenheim_131_	0.4507	0.1944	0.3972
	138 LW_2_Aachen_krfr_Stadt_4203_	0.2117	0.0924	0.3926
	11818 LW_100_Bueren_Stadt_7_	0.1429	0.0690	0.3488
	973 LW_8_Blankenheim_151_	0.5020	0.2430	0.3476
	881 LW_8_Bad_Muenstereifel_Stadt_13_2_	0.4203	0.2087	0.3363
CDU	2102 LW_16_Koeln_krfr_Stadt_50409_	0.3905	0.1985	0.3259
	15500 LW_127_Bad_Laasphe_Stadt_011_1_	0.5778	0.3111	0.3000
	4457 LW_35_Reimscheid_Stadt_2141_Zentralp	0.4165	0.2257	0.2972
	12896 LW_109_Bochum_krfr_Stadt_1505_	0.1903	0.1094	0.2700
	13064 LW_110_Herne_krfr_Stadt_4224_	0.1724	0.0997	0.2672
GRUENE	14608 LW_121_Werdohl_Stadt_160_	0.0081	0.0000	1.0000
	15500 LW_127_Bad_Laasphe_Stadt_011_1_	0.0667	0.0000	1.0000
	6502 LW_53_Geldern_Sta_180_Anton_Grund_I	0.0000	0.0325	1.0000
	14758 LW_122_Plettenberg_Stadt_151_	0.0204	0.0000	1.0000
	10459 LW_88_Petershagen_Stadt_032_	0.0000	0.0458	1.0000
FDP	11710 LW_99_Detmold_Stadt_123_	0.0000	0.0294	1.0000
	7632 LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_2302_	0.0000	0.0081	1.0000
	12095 LW_102_Marienmuenster_Stadt_20_	0.0000	0.0526	1.0000
	15495 LW_127_Bad_Berleburg_Stadt_010_1_	0.0000	0.0426	1.0000
	12106 LW_102_Marienmuenster_Stadt_40_	0.0000	0.0509	1.0000
LINKE	14298 LW_119_Welver_112_	0.0000	0.0145	1.0000
	12449 LW_105_Schwelm_Stadt_192_	0.0246	0.0000	1.0000
	4560 LW_36_Langefeld_Rhld_Stadt_4100_	0.0000	0.0298	1.0000
	4559 LW_36_Langefeld_Rhld_Stadt_4090_	0.0000	0.0375	1.0000
	15157 LW_125_Winterberg_Stadt_050_	0.0000	0.0070	1.0000
AfD	3945 BW_29_Bonn_krfr_Stadt_80_	0.0000	0.0744	1.0000
	3944 BW_29_Bonn_krfr_Stadt_70_	0.0000	0.0818	1.0000
	3943 BW_29_Bonn_krfr_Stadt_60_	0.0000	0.0608	1.0000
	3942 BW_29_Bonn_krfr_Stadt_50_	0.0000	0.0653	1.0000
	3941 BW_29_Bonn_krfr_Stadt_40_	0.0000	0.0346	1.0000
Sonstige	987 LW_8_Euskirchen_Stadt_191_	0.0000	0.0478	1.0000
	986 LW_8_Euskirchen_Stadt_182_	0.0000	0.0481	1.0000
	9859 LW_83_Ibbenb_Stadt_509_Hundesb_Bockr	0.0000	0.0211	1.0000
	984 LW_8_Euskirchen_Stadt_173_	0.0000	0.0372	1.0000
	983 LW_8_Euskirchen_Stadt_172_	0.0000	0.0341	1.0000

## 6 MDS und Korrespondenzanalysen

Abschliessend wollen wir eine multidimensionale Skalierung (MDS) der prozentualen Resultate der 128 Wahlkreise rechnen. Die Eingangsdaten sind hier die Matrix der relativen Wahlhäufigkeiten, wobei die Zeilen zu den 128 Wahlkreisen und die Spalten zu den sechs Parteien SPD, CDU, Grüne, FDP, Die LINKE und AfD korrespondieren. Aufgrund ihrer Heterogenität haben wir die "Sonstigen" hier wieder weggelassen. Die Wahlkreise werden nach ihrer Ähnlichkeit als Punkte in einem zweidimensionalen scatter plot dargestellt, wobei die beiden Dimensionen die Hauptkriterien für die Unterschiede zwischen den Parteien darstellen.

**Parteienordnung  $x$  Achse** 1. SPD, AfD, Grüne und Linke  
2. FDP  
3. CDU

**Parteienordnung  $y$  Achse** 1. SPD, CDU, AfD  
2. FDP  
3. Grüne und Linke

Wie wir bereits oben feststellen konnten, gibt es kaum Unterschiede in den Wahlkreisen zwischen den Grünen und Linken.

Die Wahlkreise sind je näher zueinander lokalisiert desto ähnlicher das Wahlverhalten in ihnen ist. D.h. im oberen Teil links sind SPD, links in der Mitte sind Linke und AfD miteinander, oben rechts sind die CDU starken Kreise. Unten links sind Grüne und Sonstige und unten rechts sind die FDP-starken Wahlkreise zu finden. Diese Berechnungen wurden mit dem KYST (Kruskal, Young, Shepard, & Torgerson) Algorithmus der `mds()` Funktion in CMAT ausgeführt. Für die scatter plots wurde das CMAT Interface zur Gnuplot Software benutzt.

Die nächsten beiden Graphen zeigen die scatter plots der Parteien und der 128 Wahlkreise, die das Resultat einer Korrespondenzanalyse (mittels Funktion `anacor()` in CMAT) der Wahlkreisdaten sind. Verglichen mit der MDS (KYST) Analyse ist im Wahlkreisplot der Korrespondenzanalyse die  $x$  Achse, links mit rechts, vertauscht.

**Parteienordnung  $x$  Achse** 1. CDU  
2. FDP  
3. SPD, AfD, Grüne und Linke

**Parteienordnung  $y$  Achse** 1. AfD, SPD, CDU  
2. FDP  
3. Grüne und Linke

Wenn man die drei traditionellen Volksparteien CDU, SPD und FDP in einer Art von Ellipse zusammenfasst, kann man die restlichen drei Parteien Grüne, Die Linke und AfD als Singletons erkennen, wobei die AfD nahe der SPD, und Linke und Grüne eher zu FDP tendieren als zu CDU.

Ein letzter scatter plot zeigt die Lage der sechs Parteien von einer Korrespondenzanalyse der  $15777 \times 6$  Matrix der relativen Wahlhäufigkeiten in allen

Wahlbezirken. Dabei ist die Bedeutung der  $x$  und  $y$  Achsen in etwa dieselbe wie im Plot basierend auf Wahlkreisdaten mit Ausnahme der Reihenfolge von Linken und AfD bez. der  $y$  Achse.

Die Verteilung der Singulärwerte deutet bereits an, dass eine 2-dimensionale Punktkonfiguration nur eine schlechte Approximation der Daten der relativen Wahlhäufigkeiten sein wird.

Singulärwerte der Kreis- und Bezirksdaten:

SV Kreise	5.4650	0.86702	0.42295	0.21470	0.15108	0.05432
SV Bezirke	60.807	14.371	6.2392	4.1744	3.8133	2.1039

Der scatter plot der 15777 Wahlbezirke wird hier nicht gezeigt.

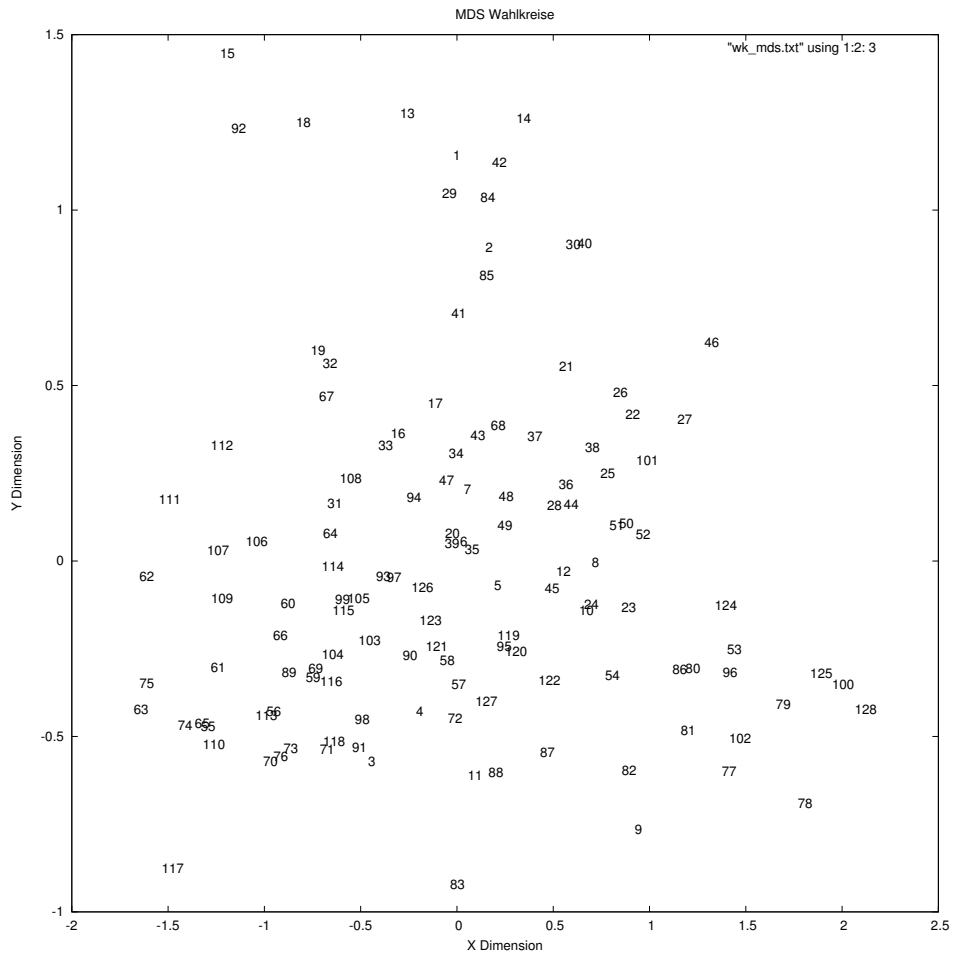


Figure 8: KYST MDS der 128 Wahlkreise

Einige Wahlkreise				
Partei	N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
SPD	117	Unna_III_Hamm_II		
CDU	128	Olpe	78	Borken_II
Grüne	15	Koeln_III	92	Bielefeld_I
FDP	46	Rhein_Kreis_Neuss_III	40	Duesseldorf_I
Die Linke	15	Koeln_III	92	Bielefeld_I
AfD	75	Gelsenkirchen_II	63	Duisburg_IV_Wesel_V
Sonstige	62	Duisburg_III	63	Duisburg_IV_Wesel_V



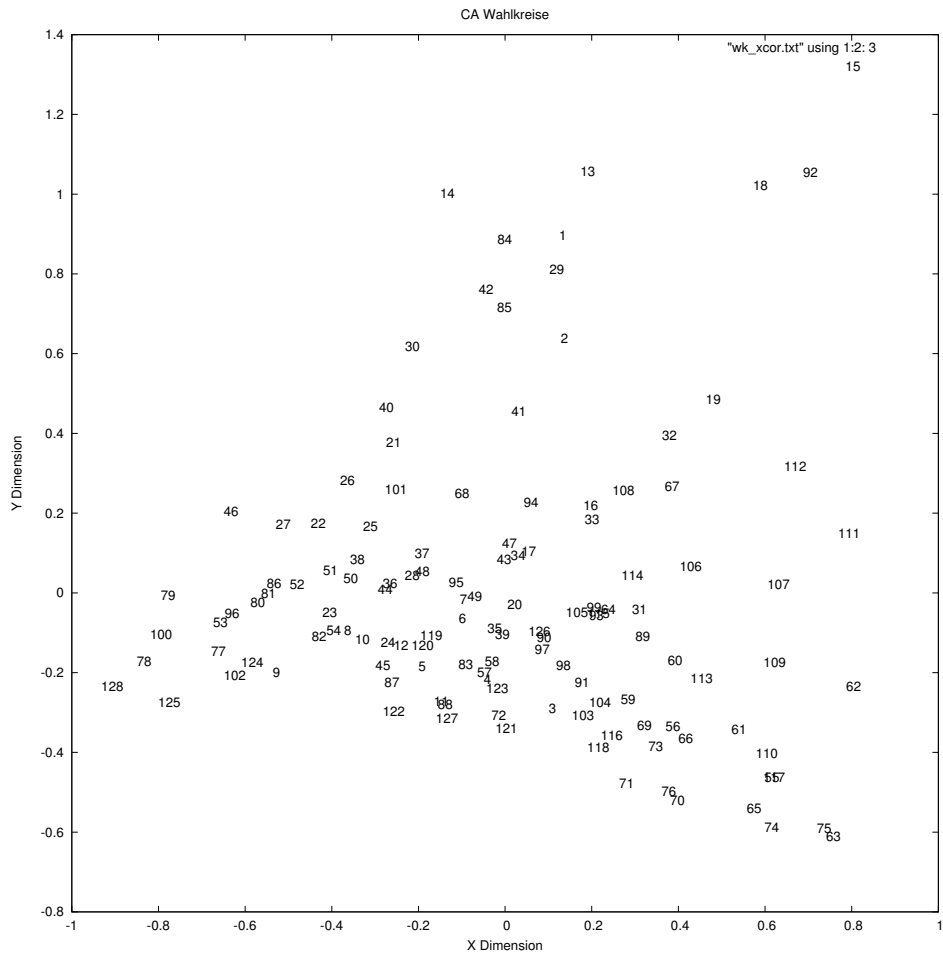


Figure 9: CA der 128 Wahlkreise

Einige Wahlkreise				
Partei	N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
SPD	117	Unna_III_Hamm_II		
CDU	128	Olpe	78	Borken_II
Grüne	15	Koeln_III	92	Bielefeld_I
FDP	46	Rhein_Kreis_Neuss_III	40	Duesseldorf_I
Die Linke	15	Koeln_III	92	Bielefeld_I
AfD	75	Gelsenkirchen_II	63	Duisburg_IV_Wesel_V
Sonstige	62	Duisburg_III	63	Duisburg_IV_Wesel_V

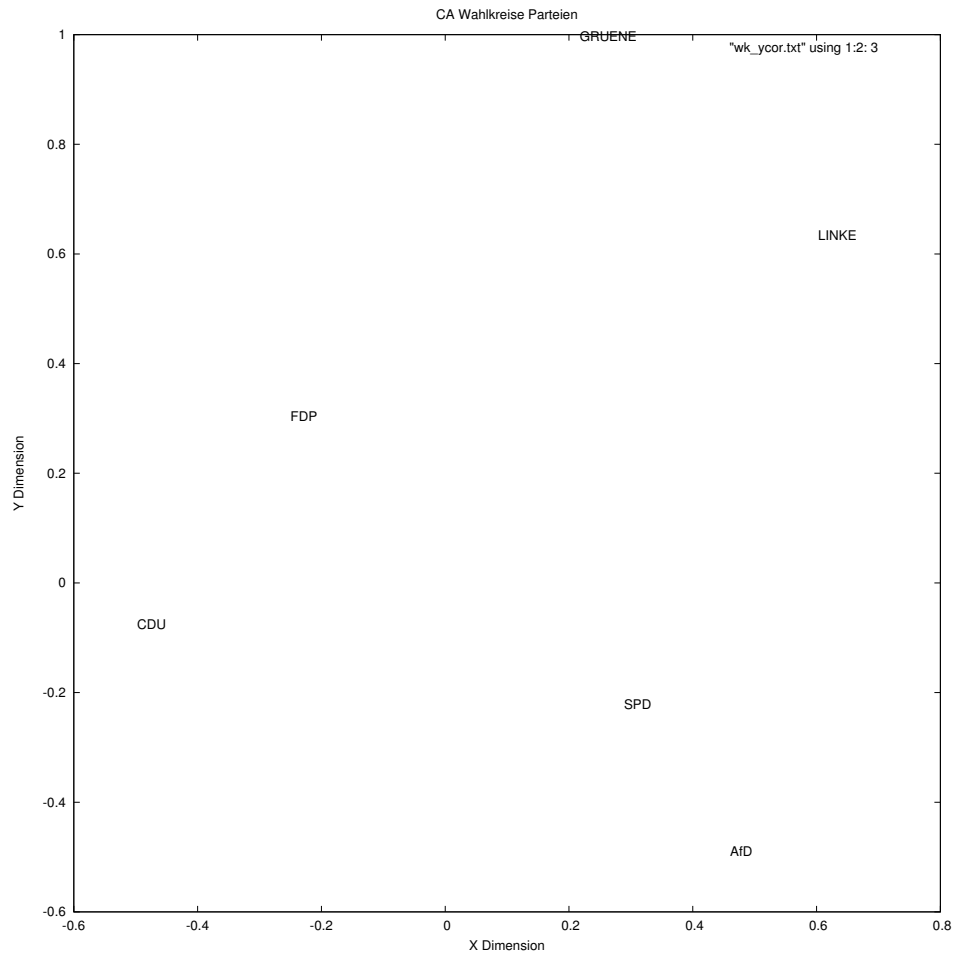


Figure 10: CA der 128 Wahlkreise: Parteien

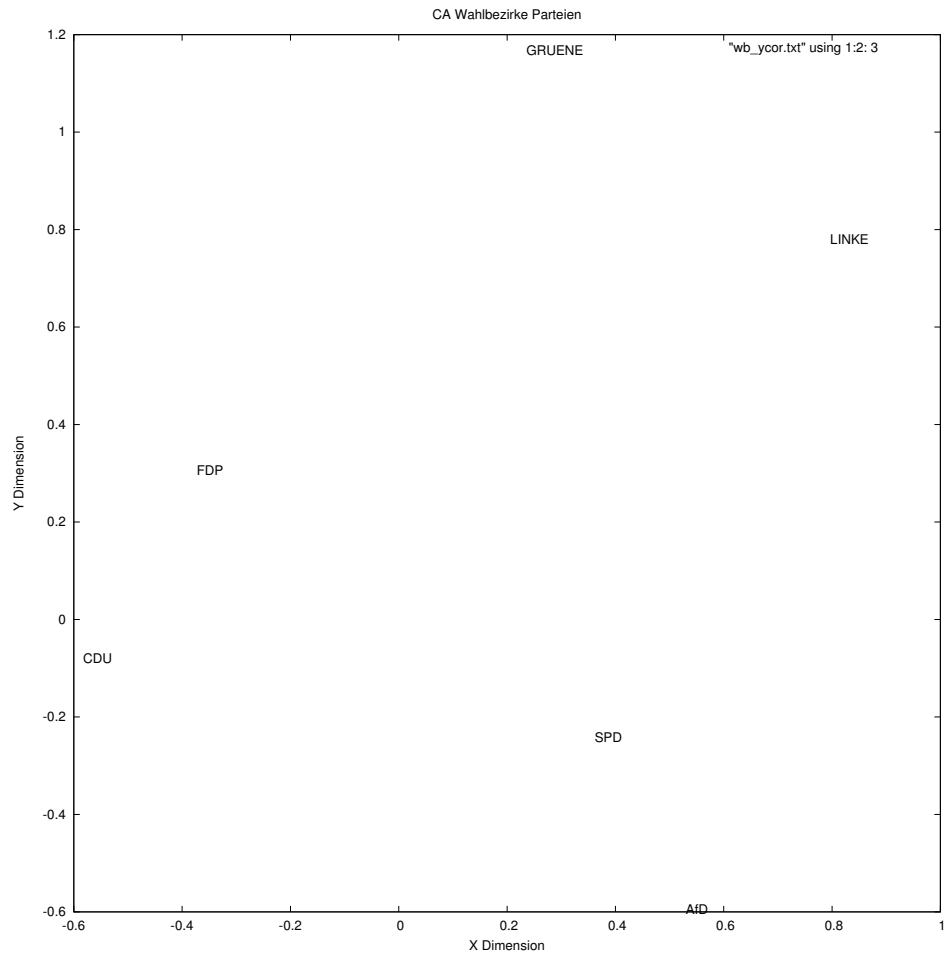


Figure 11: CA der 15777 Wahlbezirke: Parteien

## 7 Zusammenfassung

Unsere Methoden lassen uns natürlich nicht mit Sicherheit Irregularitäten bei den Resultaten der Wahl feststellen. Bei FDP, CDU und den Grünen existiert offenbar eine relativ hohe Korrelation zwischen der Wahlbeteiligung und dem Wahlresultat. Bei diesen drei Parteien gibt einen klaren Zusammenhang zwischen der Höhe der Wahlbeteiligung und dem Stimmresultat, je höher die Wahlbeteiligung in einem Wahlkreise umso mehr Stimmen können erwartet werden für eine dieser Parteien.

Interessant sind die Wahlbezirke, die sowohl mittels der zweistufigen Analyse in 3.1 als auch bei der bezirksweisen Analyse in 3.2.1 als Ausreisser gefunden wurden:

1. für die SPD:

- (a) Kreis: 117 : Unna\_III\_Hamm\_II , Bezirk: 14035 : LW\_117\_Hamm\_krfr\_Stadt\_513\_
- (b) Kreis: 83 : Steinfurt\_III , Bezirk: 9977 : LW\_83\_Westerkappeln\_132\_Kindergarten\_Am\_Kapellenweg\_
- (c) Kreis: 88 : Minden\_Luebbecke\_I , Bezirk: 10491 : LW\_88\_Huellhorst\_071\_

2. für die CDU:

- (a) Kreis: 42 : Duesseldorf\_III , Bezirk: 5255 : BW\_42\_Duesseldorf\_krfr\_Stadt\_3390\_
- (b) Kreis: 125\* : Hochsauerlandkreis\_II , Bezirk: 15189 : LW\_125\_Medebach\_Stadt\_090\_
- (c) Kreis: 78\* : Borken\_II , Bezirk: 9357 : LW\_78\_Vreden\_Stadt\_10\_Vreden\_Hamaland\_Schule\_Luenten\_
- (d) Kreis: 78\* : Borken\_II , Bezirk: 9325 : LW\_78\_Heek\_6\_Heek\_Ausflugslokal\_Hovestadt\_
- (e) Kreis: 125\* : Hochsauerlandkreis\_II , Bezirk: 15209 : LW\_125\_Medebach\_Stadt\_120\_

3. für die Grünen:

- (a) Kreis: 100 : Paderborn\_I (2) , Bezirk: 11795 : LW\_100\_Borchen\_4\_
- (b) Kreis: 15\* : Koeln\_III (18) , Bezirk: 2026 : LW\_15\_Koeln\_krfr\_Stadt\_50117\_
- (c) Kreis: 18\* : Koeln\_VI , Bezirk: 2402 : LW\_18\_Koeln\_krfr\_Stadt\_10420\_
- (d) Kreis: 13\* : Koeln\_I , Bezirk: 1608 : LW\_13\_Koeln\_krfr\_Stadt\_10208\_
- (e) Kreis: 15 : Koeln\_III , Bezirk: 1972 : LW\_15\_Koeln\_krfr\_Stadt\_40213\_

4. für die FDP:

- (a) Kreis: 46\* : Rhein\_Kreis\_Neuss\_III , Bezirk: 5756 : BW\_46\_Meerbusch\_Stadt\_0019\_
- (b) Kreis: 13 : Koeln\_I , Bezirk: 1754 : BW\_13\_Koeln\_krfr\_Stadt\_20771\_
- (c) Kreis: 40\* : Duesseldorf\_I , Bezirk: 5037 : BW\_40\_Duesseldorf\_krfr\_Stadt\_1290\_
- (d) Kreis: 13 : Koeln\_I , Bezirk: 1742 : BW\_13\_Koeln\_krfr\_Stadt\_20272\_
- (e) Kreis: 13 : Koeln\_I , Bezirk: 1683 : LW\_13\_Koeln\_krfr\_Stadt\_20701\_

5. für Die Linke:

- (a) Kreis: 112\* : Dortmund\_II (6) , Bezirk: 13229 : LW\_112\_Dortmund\_krfr\_Stadt\_3102\_
- (b) Kreis: 41 : Duesseldorf\_II (13) , Bezirk: 5072 : LW\_41\_Duesseldorf\_krfr\_Stadt\_2105\_
- (c) Kreis: 32 : Wuppertal\_II (9) , Bezirk: 4166 : LW\_32\_Wuppertal\_krfr\_Stadt\_008\_
- (d) Kreis: 19 : Koeln\_VII (11) , Bezirk: 2499 : LW\_19\_Koeln\_krfr\_Stadt\_90109\_

(e) Kreis: 112\* : Dortmund\_II (7) , Bezirk: 13214 : LW\_112\_Dortmund\_krfr\_Stadt\_1105\_

6. für die AfD:

(a) Kreis: 24 : Oberbergischer\_Kreis\_II (19) , Bezirk: 3178 : LW\_24\_Waldbroel\_Stadt\_40\_

(b) Kreis: 63\* : Duisburg\_IV\_Wesel\_V , Bezirk: 7711 : LW\_63\_Duisburg\_krfr\_Stadt\_709\_

(c) Kreis: 74\* : Gelsenkirchen\_I , Bezirk: 8935 : LW\_74\_Gelsenkirchen\_krfr\_Stadt\_4202\_

(d) Kreis: 74\* : Gelsenkirchen\_I , Bezirk: 8869 : LW\_74\_Gelsenkirchen\_krfr\_Stadt\_2102\_

7. für die Sonstigen:

(a) Kreis: 62\* : Duisburg\_III (1) , Bezirk: 7554 : LW\_62\_Duisburg\_krfr\_Stadt\_1001\_

(b) Kreis: 62\* : Duisburg\_III (4) , Bezirk: 7555 : LW\_62\_Duisburg\_krfr\_Stadt\_1002\_

(c) Kreis: 63\* : Duisburg\_IV\_Wesel\_V (3) , Bezirk: 7696 : LW\_63\_Duisburg\_krfr\_Stadt\_602\_

(d) Kreis: 62\* : Duisburg\_III (5) , Bezirk: 7631 : LW\_62\_Duisburg\_krfr\_Stadt\_2301\_

(e) Kreis: 66 : Essen\_II (8) , Bezirk: 8045 : LW\_66\_Essen\_krfr\_Stadt\_3913\_

Zumindest die ersten fünf Ausreisser Bezirke die in Abschnitt 4.4 gefunden wurden, sollten näher untersucht werden:

N	Kreis	Bezirk	Kreise 3.1	Bezirke 3.2
1	62	7554 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1001_	Linke, AfD	Sonstige
2	100	11795 : LW_100_Borchen_4_		Grüne
3	63	7696 : LW_63_Duisburg_krfr_Stadt_602_	Linke, AfD	Sonstige
4	62	7555 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_1002_	Linke, AfD	Sonstige
5	62	7631 : LW_62_Duisburg_krfr_Stadt_2301_	Linke, AfD	Sonstige

Interessant sind in den Parteienplots die Entfernungen zwischen den drei Parteien CDU, SPD und FDP mit den Singletons Die Linke, Grüne und AfD. Anders als in Baden-Württemberg, wo CDU, FDP und Grüne relativ nahe zueinander lokalisiert werden.

Wie auch bei fast allen anderen analysierten Landtagswahlen treten die bemerkenswertesten Ausreisser bei den Ergebnissen der Grünen und der Linken auf. Ausreisser, die sich nicht nur bei den eindimensionalen Analysen zeigen, sondern sich auch noch mit den Resultaten der mehrdimensionalen Analysen bestätigen lassen bedürfen zusätzlicher Nachprüfungen.

Alle Berechnungen wurden mit der CMAT Software des Autors durchgeführt. Die scatter plots wurden mit Gnuplot erstellt das von CMAT über ein einfaches Interface verfügbar ist.

## 8 Appendix

Das sind die fünf Kreise mit dem grössten und kleinsten Anteil ungültiger Erststimmen:

<b>Grösste in Prozent</b>	<b>Kreis</b>	<b>Kleinste in Prozent</b>	<b>Kreis</b>
3.1566	110 Herne_I	0.5749	14 Koeln_II
2.6923	47 Krefeld_I_Viersen_III	0.6589	13 Koeln_I
2.5671	73 Recklinghausen_IV	0.7301	85 Muenster_II
2.4449	104 Hagen_II_Ennepe_Ruhr_Kreis_III	0.6268	85 Muenster_II
2.3491	59 Wesel_IV	0.8298	84 Muenster_I

Das sind die fünf Kreise mit dem grössten und kleinsten Anteil ungültiger Zweitstimmen:

<b>Grösste in Prozent</b>	<b>Kreis</b>	<b>Kleinste in Prozent</b>	<b>Kreis</b>
1.6512	9 Heinsberg_I	0.4832	14 Koeln_II
1.6423	63 Duisburg_IV_Wesel_V	0.5649	13 Koeln_I
1.5730	62 Duisburg_III	0.6098	84 Muenster_I
1.5280	55 Oberhausen_I	0.6268	85 Muenster_II
1.4424	74 Gelsenkirchen_I	0.6934	42 Duesseldorf_III

Und schliesslich eine Tabelle, die etwas Information über jeden der Wahlkreise gibt. Die geringste Anzahl von 81 Wahlbezirken hat Wahlkreis Solingen\_I. Die Zahl der Wahlberechtigten liegt in jedem Wahlkreis zwischen 80 Tausend (Gelsenkirchen\_II) und ca 124 Tausend (Rhein\_Sieg\_Kreis\_I).

	<b>Wahlkreise</b>	<b>WB</b>	<b>Wahlb.</b>	<b>Wähler</b>	<b>BWB</b>	<b>Briefw</b>	<b>Perc</b>
1	Aachen_I	97	86227	61282	19	18530	30.24
2	Aachen_II	99	90494	61142	16	16045	26.24
3	Aachen_III	132	116389	76549	21	20079	26.23
4	Aachen_IV	120	111118	74121	19	18886	25.48
5	Rhein_Erft_Kreis_I	149	118549	80635	38	23591	29.26
6	Rhein_Erft_Kreis_II	108	121879	81115	18	21643	26.68
7	Rhein_Erft_Kreis_III	114	104139	69795	35	21231	30.42
8	Euskirchen_I	204	124247	79266	27	20877	26.34
9	Heinsberg_I	114	90552	58139	16	11638	20.02
10	Heinsberg_II	113	99315	64460	16	13011	20.18
11	Dueren_I	167	102998	70625	29	20235	28.65
12	Dueren_II_Euskirchen_II	163	122134	76415	21	20651	27.02
13	Koeln_I	187	125713	87270	46	30508	34.96
14	Koeln_II	168	113432	85064	44	30723	36.12
15	Koeln_III	143	106635	70080	34	22077	31.50
16	Koeln_IV	139	96453	57452	31	18620	32.41
17	Koeln_V	151	99720	62183	32	20438	32.87
18	Koeln_VI	122	92371	55448	29	18744	33.80
19	Koeln_VII	135	95509	56339	29	18000	31.95
20	Leverkusen	134	116380	74134	26	16352	22.06
21	Rheinisch_Bergischer_Kreis_I	122	105306	74974	30	22847	30.47
22	Rheinisch_Bergischer_Kreis_II	140	111562	79956	31	19376	24.23
23	Oberbergischer_Kreis_I	128	93017	61101	14	12349	20.21
24	Oberbergischer_Kreis_II	137	98368	62169	13	12886	20.73
25	Rhein_Sieg_Kreis_I	168	124349	85843	27	20357	23.71
26	Rhein_Sieg_Kreis_II	106	92135	64870	37	15853	24.44
27	Rhein_Sieg_Kreis_III	160	122961	87501	44	21546	24.62
28	Rhein_Sieg_Kreis_IV	128	112298	75159	36	18040	24.00
29	Bonn_I	106	115720	77325	17	20822	26.93
30	Bonn_II	104	110288	77202	16	21941	28.42
31	Wuppertal_I	100	86284	50175	16	10044	20.02
32	Wuppertal_II	99	90878	57837	17	12422	21.48
33	Wuppertal_III_Solingen_II	92	89992	58005	16	11193	19.30
34	Solingen_I	81	86919	54116	20	11045	20.41
35	Remscheid_Oberbergischer_Kreis	92	93925	58118	15	12490	21.49
36	Mettmann_I	102	103317	70162	39	18972	27.04
37	Mettmann_II	80	91419	63090	18	16512	26.17
38	Mettmann_III	118	87108	60736	27	15139	24.93
39	Mettmann_IV	123	86277	57452	30	12568	21.88
40	Duesseldorf_I	122	117999	81546	32	21456	26.31
41	Duesseldorf_II	101	99022	65577	24	16045	24.47
42	Duesseldorf_III	108	104135	72544	28	19330	26.65
43	Duesseldorf_IV	94	91153	59438	25	13495	22.70
44	Rhein_Kreis_Neuss_I	120	109289	69238	29	17799	25.71
45	Rhein_Kreis_Neuss_II	168	105281	69489	63	19135	27.54
46	Rhein_Kreis_Neuss_III	167	119001	86870	70	22438	25.83
47	Krefeld_I_Viersen_III	119	101586	59057	20	13146	22.26
48	Krefeld_II	88	84719	55560	14	12539	22.57
49	Moenchengladbach_I	114	100000	57465	18	10690	18.60
50	Moenchengladbach_II	99	90503	55706	15	10619	19.06

	<b>Wahlkreise</b>	<b>WB</b>	<b>Wahlb.</b>	<b>Wähler</b>	<b>BWB</b>	<b>Briefw</b>	<b>Perc</b>
51	Viersen_I	134	110898	71472	37	14755	20.64
52	Viersen_II	104	93761	63094	14	12773	20.24
53	Kleve_I	121	113816	76828	18	15206	19.79
54	Kleve_II	155	112751	70320	24	17735	25.22
55	Oberhausen_I	106	89890	53468	18	11356	21.24
56	Oberhausen_II_Wesel_I	113	115123	76995	17	17027	22.11
57	Wesel_II	91	90954	60635	12	12142	20.02
58	Wesel_III	166	120162	82348	56	18001	21.86
59	Wesel_IV	134	87050	58066	28	11153	19.21
60	Duisburg_I	94	88495	58401	13	12304	21.07
61	Duisburg_II	90	82220	50044	11	9528	19.04
62	Duisburg_III	102	80490	42720	12	8130	19.03
63	Duisburg_IV_Wesel_V	90	84397	45728	100	8190	17.91
64	Muelheim_I	135	120297	83102	31	19284	23.21
65	Essen_I_Muelheim_II	104	104272	61907	22	14191	22.92
66	Essen_II	107	109689	66009	21	15708	23.80
67	Essen_III	106	104181	64517	26	17236	26.72
68	Essen_IV	102	105672	78404	24	21852	27.87
69	Recklinghausen_I	114	88259	55645	26	13009	23.38
70	Recklinghausen_II	89	95160	58748	24	13616	23.18
71	Recklinghausen_III	120	93570	59442	29	11754	19.77
72	Recklinghausen_IV	103	102634	69002	30	18430	26.71
73	Recklinghausen_IV	119	93457	57769	26	13739	23.78
74	Gelsenkirchen_I	119	96810	58443	27	13704	23.45
75	Gelsenkirchen_II	102	79860	44048	21	9724	22.07
76	Bottrop	116	88445	59057	27	10602	17.95
77	Borken_I	109	109939	74934	19	15429	20.59
78	Borken_II	115	110254	74208	20	14319	19.30
79	Coesfeld_I_Borken_III	98	112828	81431	18	19935	24.48
80	Coesfeld_II	107	117194	83298	24	22420	26.92
81	Steinfurt_I	115	114692	79117	16	16173	20.44
82	Steinfurt_II	113	111079	72028	14	12566	17.45
83	Steinfurt_III	141	113415	72297	15	13034	18.03
84	Muenster_I	121	117164	85923	33	31621	36.80
85	Muenster_II	115	114590	81362	31	26811	32.95
86	Warendorf_I	117	112475	78768	23	17402	22.09
87	Warendorf_II	101	96997	63621	20	16238	25.52
88	Minden_Luebbecke_I	158	114317	70756	15	15632	22.09
89	Minden_Luebbecke_II	94	89671	53905	16	12534	23.25
90	Herford_I_Minden_Luebbecke_III	106	113696	69213	21	19607	28.33
91	Herford_II_Minden_Luebbecke_IV	122	115763	70178	20	16984	24.20
92	Bielefeld_I	82	93704	62410	13	16317	26.14
93	Bielefeld_II	106	111970	68971	16	14417	20.90
94	Guetersloh_I_Bielefeld_III	103	94052	64102	15	15985	24.94
95	Guetersloh_II	105	100551	63159	27	15248	24.14
96	Guetersloh_III	113	99572	66187	17	13298	20.09
97	Lippe_I	94	92871	59842	13	13815	23.09
98	Lippe_II	125	85664	54385	12	11954	21.98
99	Lippe_III	121	90649	56984	15	13247	23.25
100	Paderborn_I	134	119232	79073	17	16445	20.80



	<b>Wahlkreise</b>	<b>WB</b>	<b>Wahlb.</b>	<b>Wähler</b>	<b>BWB</b>	<b>Briefw</b>	<b>Perc</b>
101	Paderborn_II	100	109681	67819	32	18039	26.60
102	Hoexter	186	112910	74166	20	13439	18.12
103	Hagen_I	117	100326	60869	21	13173	21.64
104	Hagen_II_Ennepe_Ruhr_Kreis_III	107	86087	54357	13	11988	22.05
105	Ennepe_Ruhr_Kreis_I	133	106861	72339	25	16903	23.37
106	Ennepe_Ruhr_Kreis_II	107	93130	61428	32	17698	28.81
107	Bochum_I	118	100982	64783	30	16422	25.35
108	Bochum_II	119	95765	68314	34	18810	27.53
109	Bochum_III_Herne_II	122	101268	60769	27	14520	23.89
110	Herne_I	98	88375	52018	21	10801	20.76
111	Dortmund_I	106	90135	54393	24	13059	24.01
112	Dortmund_II	112	87570	51142	24	12424	24.29
113	Dortmund_III	139	117178	72871	32	17002	23.33
114	Dortmund_IV	149	120468	79157	40	20749	26.21
115	Unna_I	155	114187	77690	27	20349	26.19
116	Unna_II	131	108778	68200	25	15218	22.31
117	Unna_III_Hamm_II	147	96678	61200	17	12731	20.80
118	Hamm_I	157	114355	73050	33	18703	25.60
119	Soest_I	175	116158	77358	25	21036	27.19
120	Soest_II	147	116169	74443	20	18939	25.44
121	Maerkischer_Kreis_I	154	98363	60267	27	17075	28.33
122	Maerkischer_Kreis_II	135	102281	63647	24	17510	27.51
123	Maerkischer_Kreis_III	158	104290	63163	32	19372	30.67
124	Hochsauerlandkreis_I	151	104727	69042	27	19199	27.81
125	Hochsauerlandkreis_II	161	98663	65910	24	17822	27.04
126	Kreis_Siegen_Wittgenstein_I	153	111853	70044	19	17443	24.90
127	Kreis_Siegen_Wittgenstein_II	168	101133	68296	22	19574	28.66
128	Olpe	176	102799	68327	28	22161	32.43

## 9 The Bibliography

### References

- [1] Christensen, R., Pearson, L.M., & Johnson, W. (1992), “Case deletion diagnostics for mixed models”, *Technometrics*, **34**, 38-45.
- [2] Dixon, W. J. (1950), “Analysis of extreme values”, *The Annals of Mathematical Statistics*, **21**, 488-506.
- [3] Enikopolov, R., Korovkin, V., Petrova, M. Sonin, K. & Zakharov, A. (2013), “Field experiment estimate of electoral fraud in Russian parliamentary elections”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **110** (2), 448-452.
- [4] Grubbs, F. E. (1969), “Procedures for detecting outlying observations in samples”, *Technometrics*, **11**, 1-21.
- [5] “CMAT: Extension of C Language: Matrix Algebra, Statistics, Nonlinear Optimization and Estimation”, Release 9, 2016, at <http://www.wcmat.com/cmat>.
- [6] Klimek, P., Yegorov, Y., Hanel, R., & Thurner, S. (2012), “Statistical detection of systematic election irregularities”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **109** (41), 16469-16473.
- [7] Kobak, D., Shpilkin, S. & Pshenichnikov (2016), “Statistical fingerprints of electoral fraud”, at *significance.com*
- [8] Kruskal, J. B., Young, F. W. & Seery, J. B. (1978), “How to use KYST, a very flexible program to do multidimensional scaling and unfolding”; Technical Report, Murray Hill: Bell Laboratories.
- [9] McBane, G.C. (2006), “Programs to compute distribution functions and critical values for extreme value ratios for outlier detection”; *JSS*, 2006.
- [10] Rorabacher, D.B. (1991), “Statistical treatment for rejection of deviant values: Critical values of Dixon Q parameter and related subrange ratios at the 95 percent confidence level”, *Analytical Chemistry*, **63**, 139-146.
- [11] Rousseeuw, P.J. & Leroy, A.M. (1987), *Robust Regression and Outlier Detection*, New York: John Wiley & Sons.
- [12] Rousseeuw, P.R. & Van Driessen, K. (1999), “A fast algorithm for the Minimum Covariance Determinant estimator”, *Technometrics*, **41**, 212-223.
- [13] Rousseeuw, P.J. & Van Zomeren, B.C. (1990), “Unmasking Multivariate Outliers and Leverage Points”, *Journal of the American Statistical Association*, **85**, 633-639.
- [14] Sharkov, D. (2016), “Russia cancels election results after ballott stuffing”, *Newsweek*, September 22, 2016.
- [15] Statistisches Landesamt Nordrhein-Westfalen, Düsseldorf (2017), Datensätze für Wahlkreise und Wahlbezirke.

- [16] Thompson, R. (1985), "A note on restricted maximum likelihood estimation with an alternative outlier model"; *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser. B, **47**, 53-55.
- [17] Tukey, J.W. (1977b), *Exploratory Data Analysis*, Reading: Addison-Wesley.