

Extreme Abstimmungsresultate bei den Landtagswahlen Baden-Württemberg 2016

Wolfgang M. Hartmann

All Rights Reserved
Reproduction, translation, or transmission of any part of this work
without the written permission of the owner is unlawful.

September 19, 2017

Contents

1	Allgemeine Bemerkungen	3
2	Korrelation von Wahlbeteiligung und Stimmenanteil	6
3	Eindimensionale Ausreisseranalyse	15
3.1	Analyse der Ausreisser-Kreise	15
3.1.1	CDU	15
3.1.2	Grüne	15
3.1.3	SPD	16
3.1.4	FDP	17
3.1.5	Die Linke	18
3.1.6	AfD	19
3.1.7	Sonstige	19
3.1.8	Histogramm	20
3.2	Analyse der Bezirksdaten	21
3.2.1	Obere Ausreisser in Bezug auf alle Bezirke	21
3.2.2	Histogramm	22
3.3	Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate	22
4	Mehrdimensionale Ausreisseranalyse	27
4.1	Analyse der Kreisdaten mit MCD	27
4.2	Bezirks-Ausreisser innerhalb der Kreise-Ausreisser	28
4.3	Analyse der Kreisdaten mit LTS	30
4.4	Analyse der Bezirksdaten mit MCD	30
4.5	Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate	32

5	MDS und Korrespondenzanalysen	33
6	Zusammenfassung	39
7	Appendix	40
8	The Bibliography	43

List of Figures

1	Wahlbeteiligung (y) vs. CDU (x)	8
2	Wahlbeteiligung (y) vs. Gruene (x)	9
3	Wahlbeteiligung (y) vs. SPD (x)	10
4	Wahlbeteiligung (y) vs. FDP (x)	11
5	Wahlbeteiligung (y) vs. Linke (x)	12
6	Wahlbeteiligung (y) vs. AfD (x)	13
7	Wahlbeteiligung (y) vs. Sonstige (x)	14
8	KYST MDS der 70 Wahlkreise	35
9	CA der 70 Wahlkreise	36
10	CA der 70 Wahlkreise: Parteien	37
11	CA der 10496 Wahlbezirke: Parteien	38

1 Allgemeine Bemerkungen

Die Wahl fand am 13. März 2016 statt. Die Daten der Zweitstimmen für 70 Wahlkreise und 10496 Wahlbezirke, wovon 1751 Briefwahlbezirke sind, wurden vom Statistischen Landesamt in Stuttgart erhalten. Obwohl die Daten die Abstimmungsergebnisse für sehr viel mehr Parteien enthalten, haben wir uns hier auf die Resultate der Parteien CDU, Grüne, SPD, FDP, Linke, AfD und Sonstige konzentriert, wobei bei einigen (insbesondere den multivariaten) Analysen die "Sonstige" Partei aufgrund ihrer heterogenen Zusammensetzung nicht mit berücksichtigt wurde.

Folgende Methoden zur Aufdeckung eindimensionaler Ausreisser wurden angewendet:

- Tukey Methode zum Testen der Interquartile Range (Tukey, 1977b),
- Grubbs (1969) Test, der auch in R enthalten ist,
- Thompson (1985) τ Test, der auch in Matlab enthalten ist,
- Dixon Q Test (Dixon, 1950; Rohrabacher, 1991; McBane, 2006), der in CMAT ähnlich von dem in R implementiert ist.

Wenn die Daten einer Messreihe sortiert sind, kann jeder der beiden Extremwerte, der Kleinste oder der Grösste als Ausreisser identifiziert werden. Die Verfahren hier unterscheiden sich nicht darin, welche Werte potentielle Ausreisser sind, sondern ob einer davon als Ausreisser oder als normaler Messwert anerkannt wird. Die eindimensionalen Methoden wurden um eine Option erweitert, die es erlaubt, dass zwar schrittweise alle, d.h. die unteren und oberen Ausreisser gefunden werden, aber nur die oberen davon berichtet werden. Für unsere Untersuchungen war bisher die Kenntnis der unteren Ausreisser nicht wirklich bedeutsam.

Das Verfahren wird in der Regel schrittweise angewandt. Falls einer der beiden Extremwerte als ein Ausreisser erkannt wird, kann er von der Messreihe eliminiert werden und der reduzierte Datensatz kann wieder auf Ausreissereigenschaft getestet werden. Das Verfahren von Dixon erlaubt es, auch Gruppen von Messwerten auf eine gruppenweise Ausreisser-Eigenschaft zu testen.

Zwei Verfahren von P. Rousseeuw (Rousseeuw & Leroy, 1987) wurden für die mehrdimensionale Aufdeckung von Ausreissern verwendet:

MCD "Minimum Covariance Determinant" (ähnlich zu MVE, "Minimum Volume Ellipsoid")

LTS "Least Trimmed Squares" Regression (ähnlich zu LMS, "Least Median Squares" Regression)

Die Entscheidung wird hier aufgrund der Grösse des Wertes einer "robusten Distanz" getroffen, die eine Modifikation der sonst bekannteren Mahalanobis Distanz ist.

Die Motivation für die Arbeit kam im wesentlichen aus dem Unverständnis, wie die Population eines Landes, die sich selber als besonders smart betrachtet, eine Partei wie die Grünen in derart hohen Prozentsätzen wählen kann. Wie immer bei solchen statistischen Analysen kann ein wirklicher Wahlbetrug

natürlich nicht mit statistischen Methoden nachgewiesen werden, aber die Methoden können doch Hinweise darauf geben, wo und in welchem Masse die extremsten Wahlergebnisse erzielt wurden.

Im folgenden eine Tabelle mit ein paar für die Wahl globalen Kennziffern:

Anzahl der Wahlbezirke	10496
Anzahl Briefwahlbezirke	1751
Anzahl Wahlkreise	70
Anzahl Stadtbezirke	1527
Anzahl Landtbezirke	8969
Anzahl Stadt- und Landtkreise	6
Anzahl Wahlberechtigte.	7680847
Anzahl Stimmen Briefwahl	1136463
Anzahl Stimmen Wahllokal	4273404
Wahlbeteiligung in Prozent.	70.46
Anzahl Gueltige ErstStimmen
Anzahl Ungueltige ErstStimmen
Anzahl Gueltige ZweitStimmen.	5361250
Anzahl Ungueltige ZweitStimmen.	50695

Eine grössere Tabelle, die für alle 70 Wahlkreise die folgenden Informationen enthält:

1. die Anzahl der im Kreis enthaltenen Bezirke,
2. die Anzahl der Wahlberechtigten,
3. die Anzahl der gültigen Stimmen,
4. die Anzahl der ungültigen Stimmen,
5. die Anzahl der Briefwählerstimmen.

befindet sich im Anhang dieses Dokuments.

Im folgenden hier noch eine Tabelle, die die Summen der letzten Spalten des Datensatzes über alle Wahlbezirke gibt:

	Insgesamt	Percent	LokalW.	BriefW.
N_Wahlber	7680847	.	7680847	0
WahlBer. A1	6472110	84.26	6472110	0
WahlBer. A2	1208610	15.74	1208610	0
WahlBer. A3	127	0.001	127	0
Anz_Waehler	5409867	70.43	4273404	1136463
Waehler B1	1143802	14.89	7339	1136463
Waehler B2a
Waehler B2b

Die dritte Spalte der Tabelle enthält Prozente bez. der Anzahl der Wahlberechtigten.

Zweitstimmen				
	Insgesamt		LokalW.	BriefW.
Ungueltig	50695	0.94	44939	5756
Gueltig	5361250	99.10	4230543	1130707
CDU	1447462	26.76	1133023	314439
GRUENE	1623107	30.00	1275617	347490
SPD	679727	12.56	545260	134467
FDP	445498	8.24	333996	111502
DIE_LINKE	156240	2.89	127423	28817
PIRATEN	21775	0.40	17689	4086
REP	17475	0.32	14056	3419
NPD	23609	0.44	19720	3889
OEDP	38517	0.71	29215	9302
Die_PARTEI	17048	0.32	13605	3443
BueSo	166	0.001	122	44
DKP	144	0.002	115	29
ALFA	54713	1.01	42695	12018
Tierschutzall	480	0.008	373	107
AfD	809564	14.97	657997	151567
ARMINIUS	49	0	36	13
Buendnis_C	602	0	459	143
DIE_EINHEIT	214	0.003	206	8
DIE_RECHTE	718	0	602	116
FR_WAEHLER	4647	0.1	3641	1006
MENSCHL_WELT	877	0	658	219
Tierschutzpart	17488	0.32	13183	4305
Einzelbewerber	1130	0.0	852	278
Sonstige	199652	3.69	157227	42425

Die dritte Spalte der Tabelle enthält Prozente bez. der Anzahl der Wähler. Es ist schon etwas lustig, dass die Bueso Partei alle Stimmen in Stadtkreisen, aber die DKP und die "Freien Wähler" alle Stimmen in den Landkreisen erhalten. Das hat aber vielleicht auch etwas mit der Definition dieser Kreise zu tun.

2 Korrelation von Wahlbeteiligung und Stimmenanteil

Kobak u.a. (2016) untersuchen die Resultate verschiedener russischer Wahlen auf den Verdacht von Parteiunterstützenden ausgefüllten und hinzugefügten Wahlzetteln ("stuffed ballots"). Eine Folge von "stuffed ballots" sind erhöhte Anzahlen der Wahlbeteiligung und zeigen damit eine klar positive Korrelation zwischen der relativen Wahlbeteiligung und der Höhe des Stimmanteils bez. der bevorzugten Partei. Zeichnet man die Bezirke in einem zweidimensionalen scatter plot als Punkte, wobei eine der Dimensionen die relative Grösse der Wahlbeteiligung und die andere Dimension die relativen Stimmanteile der bevorzugten Partei misst, dann sollte darin eine bimodale Verteilung der Punkte entlang einer Geraden mit positivem Anstieg erkennbar sein, der untere Modus mit den sauberen und der obere mit den Bezirken, bei denen evtl. "stuffed ballots" auftreten.

Leider kann die relative Wahlbeteiligung auf Bezirksebene für die Briefwähler nicht festgestellt werden, da die Briefwahlbezirke den Wahllokalen und daher der Anzahl der Wahlberechtigten nicht zugeordnet werden können und daher die Anzahl der Wahlberechtigten für die Briefwahlbezirke aus den Daten nicht ersichtlich ist.

Die folgende Tabelle listet die Pearson Korrelation zwischen relativer Wahlbeteiligung und den Parteistimmen über die Wahlkreise und die Nicht-Briefwahl Wahlbezirke:

Partei	Corr	CLlow	CLupp
CDU	0.08126	-0.15671	0.31031
GRUENE	0.28840 *	0.05731	0.49016
SPD	-0.30398	-0.50302	-0.07431
FDP	0.32438 *	0.09678	0.51974
LINKE	-0.07172	-0.30161	0.16605
AfD	-0.36040	-0.54889	-0.13702
Sonst	-0.32779	-0.52252	-0.10056

Wenn man nur die Korrelationen bez. der Wahlkreise betrachtet, kommt man evtl. zu folgendem Schluss: Das für "stuffed ballots" notwendige (aber nicht hinreichende) Kriterium einer relativ grossen positiven Korrelation ist für Grüne und FDP erfüllt. Obwohl die hohe positive Korrelation zwischen Wahlbeteiligung und Stimmenanteil für die Grünen ein Indiz für "stuffed ballots" darstellt, reicht das nicht aus, um Betrug behaupten zu können, denn es kann auch andere, mir aber nicht bekannte Gründe für diese hohe positive Korrelation geben. Offenbar hatten AfD und SPD in solchen Wahlkreisen hohe Stimmanteile, in denen es eine geringe Wahlbeteiligung gab und es ist sehr unwahrscheinlich, dass es "stuffed ballots" zugunsten der AfD bzw. SPD gegeben haben könnte.

Und hier eine Tabelle, die die fünf Wahlkreise mit grösster und geringster Wahlbeteiligung zeigt:

Grösste Wahlbeteil.	Kreis	Kleinste Wahlbeteil.	Kreis
77.371	2 Stuttgart_II	58.823	35 Mannheim_I
75.869	13 Vaihingen	64.249	42 Pforzheim
75.111	6 Leonberg	64.465	59 Waldshut
74.991	62 Tuebingen	64.852	58 Loerrach
74.922	9 Nuertingen	65.703	36 Mannheim_II

Univariate Ausreisser Methoden finden die folgenden Ausreisser nach oben:

Thompson 1. 2 Stuttgart_II

Ungewichtet				
	99 Prozent		95 Prozent	
Mittel	Unteres CI	Oberes CI	Unteres CI	Oberes CI
0.7036	0.6935	0.7137	0.6959	0.7113
Gewichtet				
	99 Prozent		95 Prozent	
Mittel	Unteres CI	Oberes CI	Unteres CI	Oberes CI
0.7042	0.6947	0.7137	0.6970	0.7115

Die folgenden sieben Graphen zeigen die Wahlkreise in einem (x, y) plot, wobei x die Höhe der Wahlbeteiligung und y das prozentuale Resultat für die Partei darstellen. Interessant für "stuffed ballots" sind insbesondere die Wahlkreise in der rechten oberen Ecke des Plots, die sowohl eine hohe Wahlbeteiligung als auch ein gutes Wahlergebnis für die Partei zeigen.

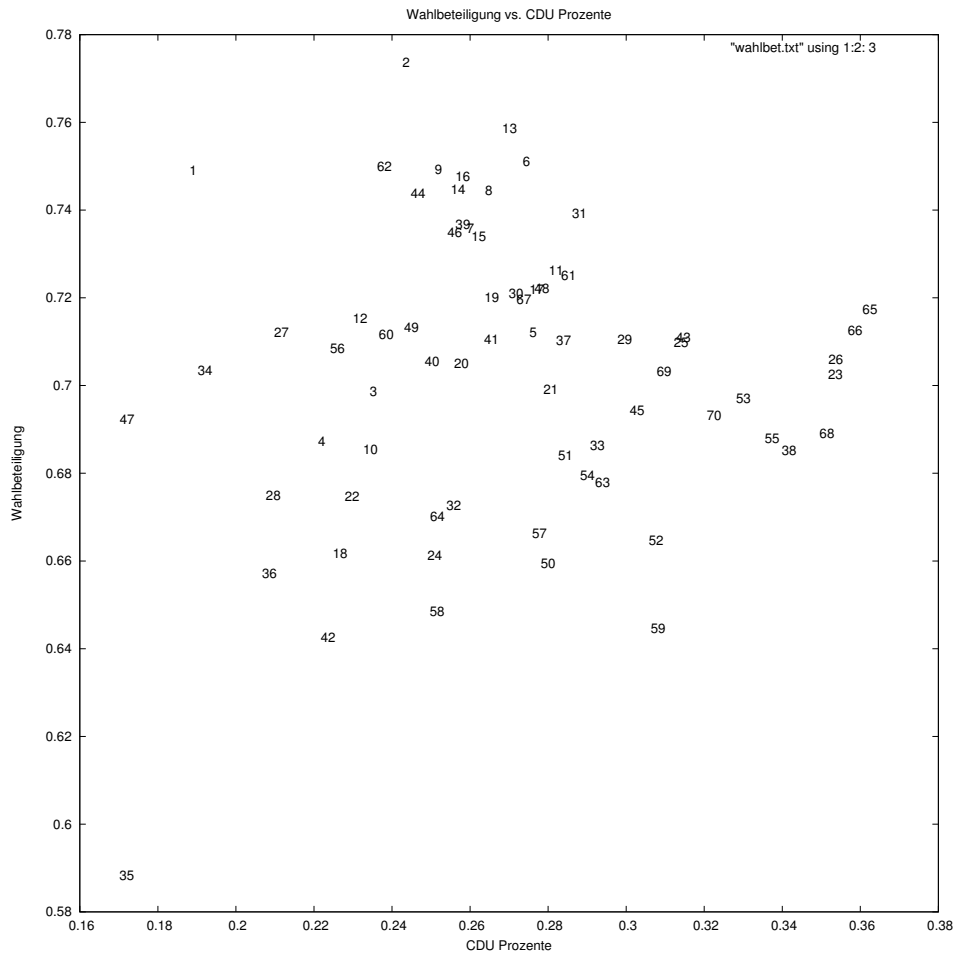


Figure 1: Wahlbeteiligung (y) vs. CDU (x)

Einige Wahlkreise CDU			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
11	Geislingen	43	Calw
23	Main-Tauber	61	Hechingen_Muensingen
25	Schwaebisch_Gmuend	65	Ehingen
31	Ettlingen	66	Biberach

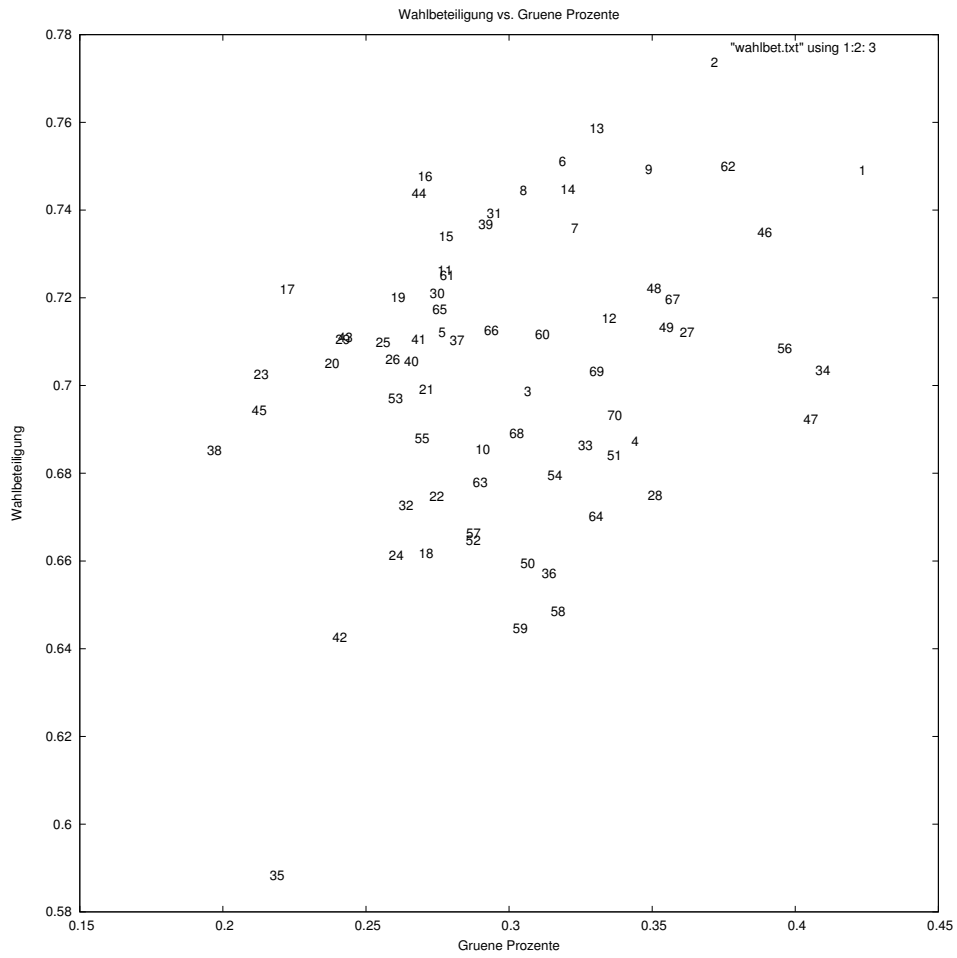


Figure 2: Wahlbeteiligung (y) vs. Gruene (x)

Einige Wahlkreise Grüne			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
1	Stuttgart_I	46	Freiburg_I
2	Stuttgart_II	47	Freiburg_II
9	Nuertingen	56	Konstanz
34	Heidelberg	62	Tuebingen

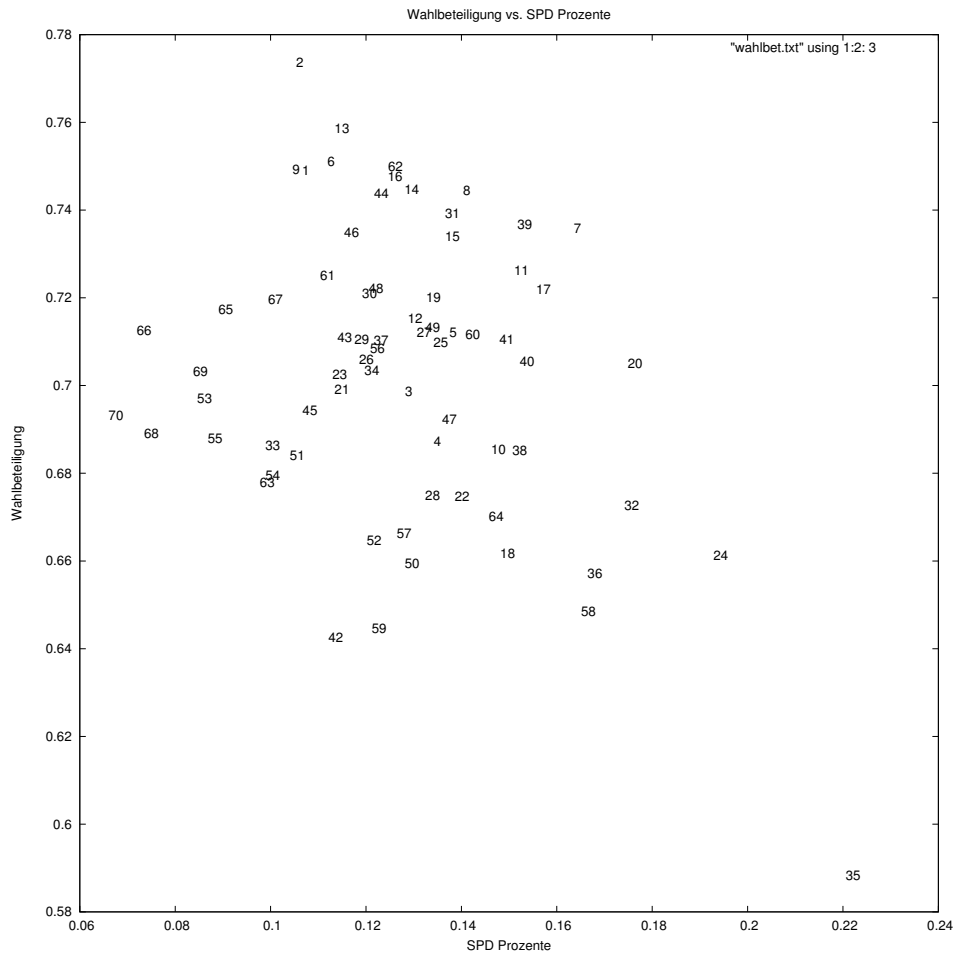


Figure 3: Wahlbeteiligung (y) vs. SPD (x)

Einige Wahlkreise SPD			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
7	Esslingen	32	Rastatt
11	Geislingen	39	Weinheim
17	Backnang	40	Schwetzingen
20	Neckarsulm	41	Sinsheim

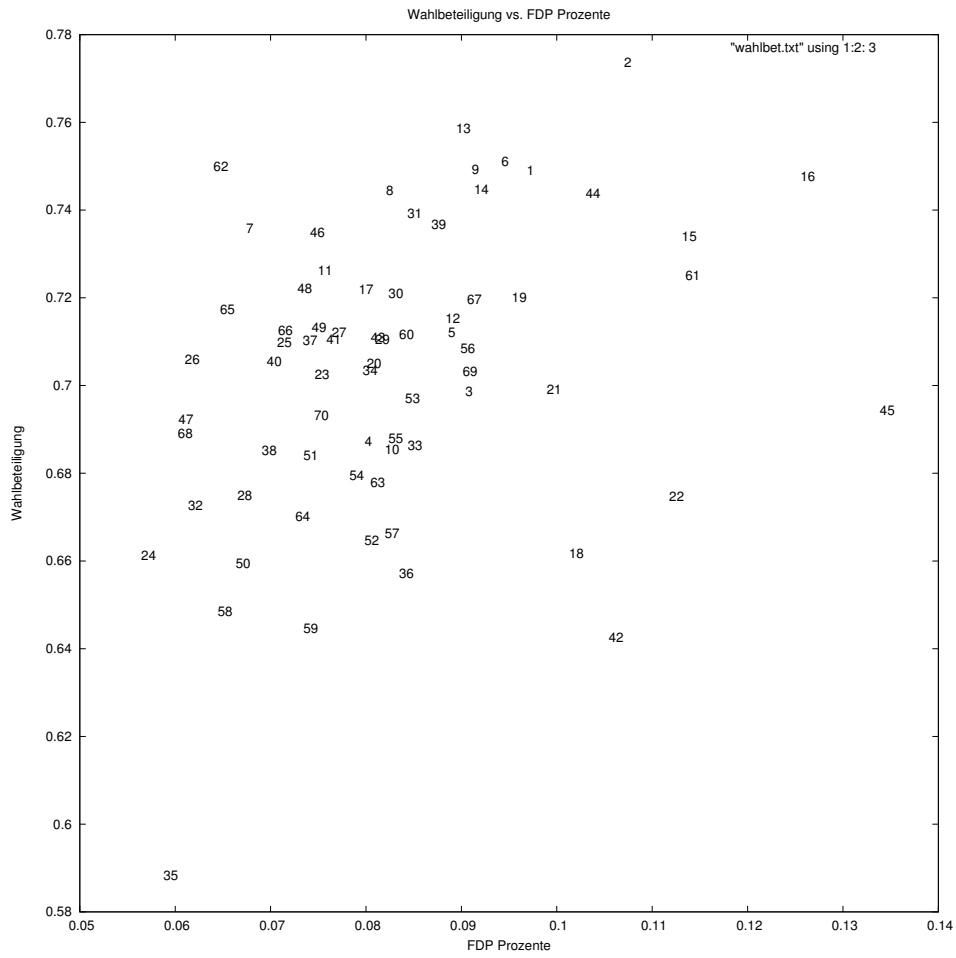


Figure 4: Wahlbeteiligung (y) vs. FDP (x)

Einige Wahlkreise FDP			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
2	Stuttgart_II	21	Hohenlohe
15	Waiblingen	22	Schwaebisch_Hall
16	Schorndorf	44	Enz
18	Heilbronn	61	Hechingen_Muensingen

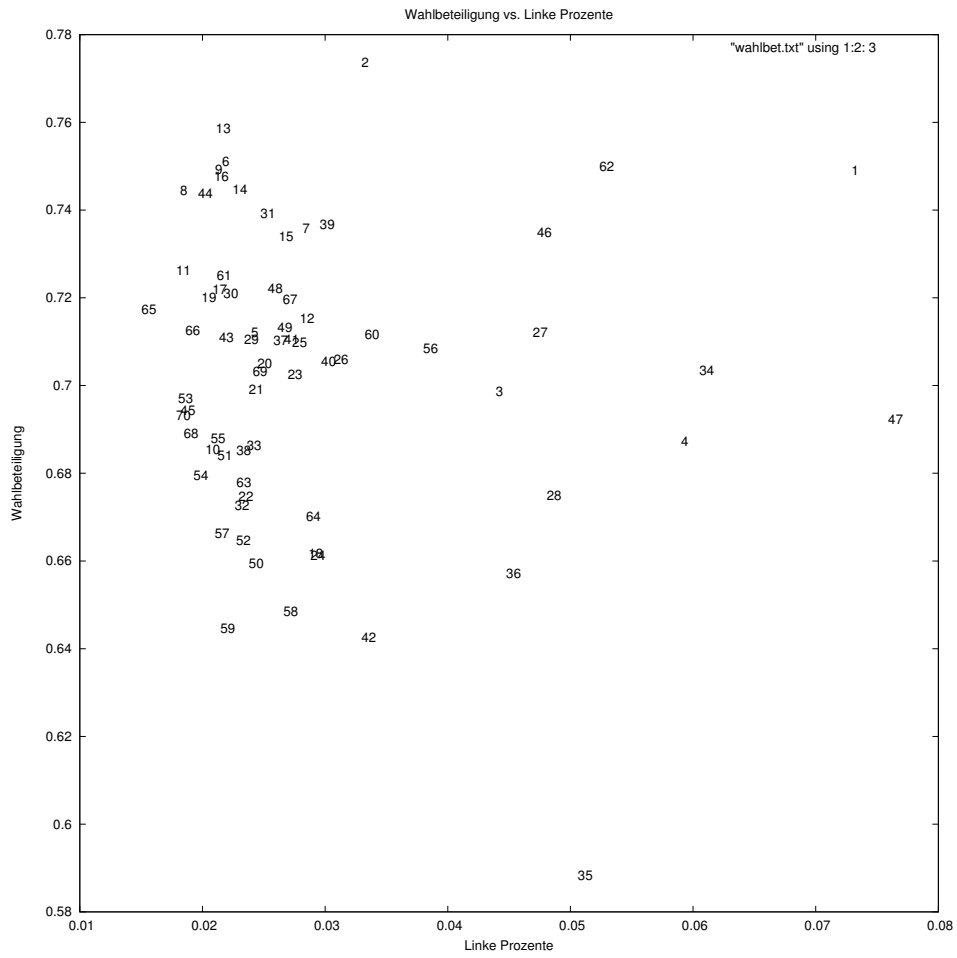


Figure 5: Wahlbeteiligung (y) vs. Linke (x)

Einige Wahlkreise Linke			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
1	Stuttgart_I	28	Karlsruhe_II
2	Stuttgart_II	34	Heidelberg
3	Stuttgart_III	36	Mannheim_II
4	Stuttgart_IV	46	Freiburg_I
27	Karlsruhe_I	62	Tuebingen

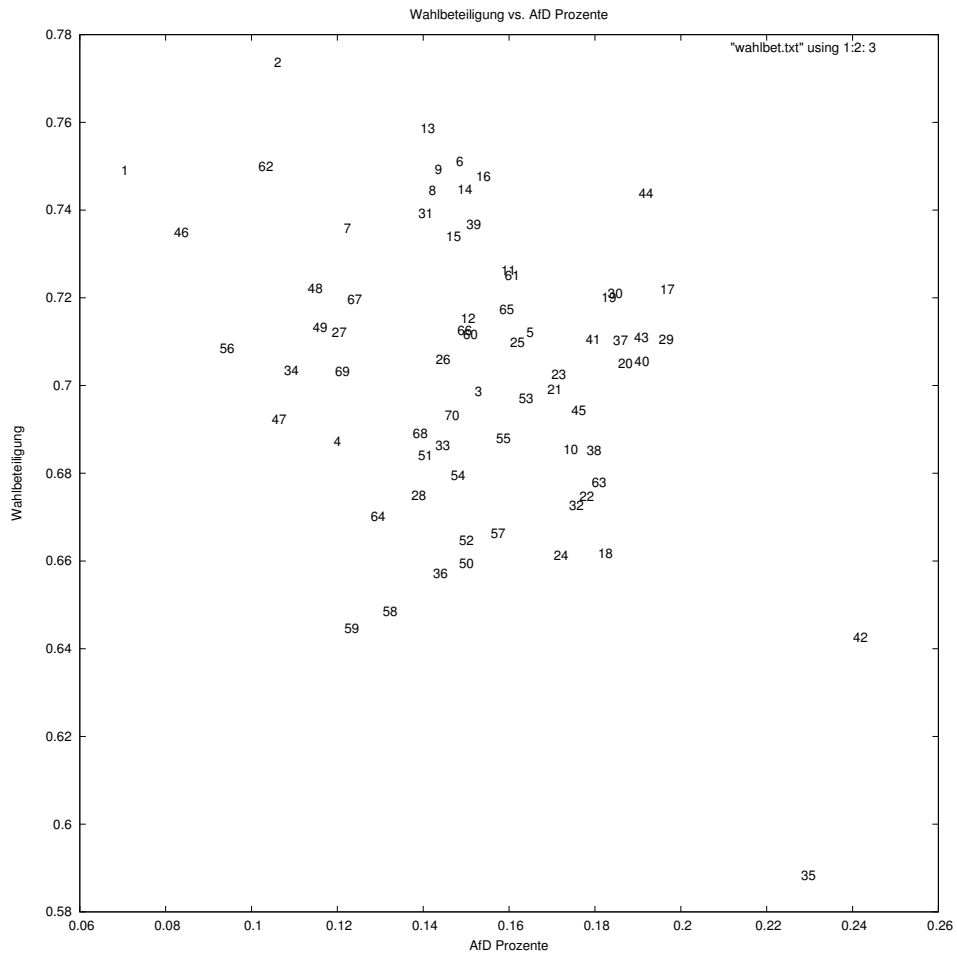


Figure 6: Wahlbeteiligung (y) vs. AfD (x)

Einige Wahlkreise AfD			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
17	Backnang	43	Calw
29	Bruchsal	44	Enz

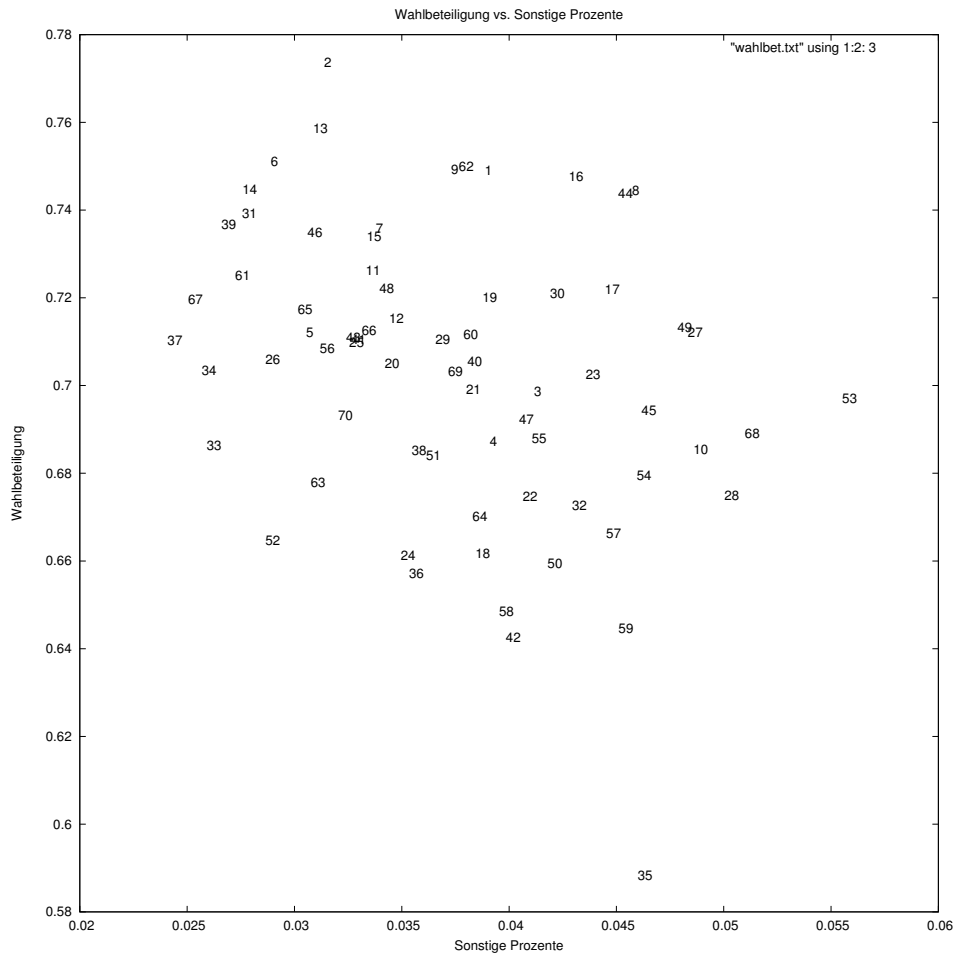


Figure 7: Wahlbeteiligung (y) vs. Sonstige (x)

Einige Wahlkreise Sonstige			
N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
17	Backnang	49	Emmendingen
27	Karlsruhe_I	53	Rottweil
30	Bretten	68	Wangen

3 Eindimensionale Ausreisseranalyse

3.1 Analyse der Ausreisser-Kreise

Hier werden zunächst die Wahlkreise bestimmt, die für die Parteien die besten Resultate zeigten. Anschliessend werden diese gefundenen Ausreisserkreise weiter nach Ausreisern in ihren Bezirken untersucht.

3.1.1 CDU

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 65 Ehingen (Landtkreis)
- [2] 66 Biberach (Landtkreis)
- [3] 26 Aalen (Landtkreis)

Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: CDU, Kreis: 65=Ehingen	
1	9509 : LW_65_Grundsheim
2	9480 : LW_65_Ehingen_Volkersheim
3	9562 : LW_65_Obermarchtal_Reutlingendorf_Rathaus
Partei: CDU, Kreis: 66=Biberach	
1	9724 : LW_66_Egelfingen
2	9627 : LW_66_Alleshausen
Partei: CDU, Kreis: 26=Aalen	
1	3697 : LW_26_Unterschneidheim_Zipplingen
2	3693 : LW_26_Unterschneidheim_Nordhausen
3	3560 : LW_26_Dirgenheim

Bemerkenswert ist, das es extrem überdurchschnittlich hohe Stimmabgaben für die CDU fast ausschliesslich in den Landtkreisen gab.

3.1.2 Grüne

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 1 Stuttgart I (Stadtkreis)
- [2] 34 Heidelberg (Stadtkreis)
- [3] 47 Freiburg II (Stadtkreis)
- [4] 56 Konstanz (Landtkreis?)

Die ersten drei Kreise werden auch bei den Linken als Ausreisserkreise gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: Grüne, Kreis: 1=Stuttgart I	
Keine Ausreisser nach oben in diesem Kreis	
Partei: Grüne, Kreis: 34=Heidelberg	
Keine Ausreisser nach oben in diesem Kreis	
Partei: Grüne, Kreis: 47=Freiburg II	
1	6501 : LW_47_680_01_Vauban_
2	6503 : LW_47_680_03_Vauban_
Partei: Grüne, Kreis: 56=Konstanz	
1	7889 : LW_56_Konstanz_Rathaus
2	7894 : LW_56_Konstanz_Grundschule_im_Walgut_Zimmer_2
3	7892 : LW_56_Konstanz_Kinderhaus_Paradies_Foyer

In den Kreisen Stuttgart und Heidelberg haben die Grünen eher im Landesdurchschnitt zugelegt. Hier wäre evtl. eine Analyse von Ausreissern nach unten angebracht.

3.1.3 SPD

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 35 Mannheim I (Stadtkreis)
- [2] 24 Heidenheim (Landtkreis?)

Der Kreis Mannheim I wird auch bei der AfD als Ausreisserkreis gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: SPD, Kreis: 35=Mannheim I	
1	4936 : BW_35_Briefwahl_Schoenau_08991
2	4932 : LW_35_Schoenanschule_08111
3	4938 : LW_35_Luzenbergschule_09231
Partei: SPD, Kreis: 24=Heidenheim	
1	3334 : LW_24_Gymnasium

Meiner Meinung nach sind hier die Ergebnisse von Schönau wert, weiter untersucht zu werden.

3.1.4 FDP

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 45 Freudenstadt (Landtkreis)
- [2] 16 Schorndorf (Landtkreis)
- [3] 61 Hechingen_Muensingen (Landtkreis)
- [4] 15 Waiblingen (Landtkreis)
- [5] 22 Schwaebisch_Hall (Landtkreis)

Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: FDP, Kreis: 45=Freudenstadt	
1	6249 : LW_45_Baiersbronn_Schwarzenberg
2	6349 : LW_45_Seewald_Erzgrube
3	6350 : LW_45_Seewald_Hochdorf
Partei: FDP, Kreis: 16=Schorndorf	
1	2290 : LW_16_Altes_Schulhaus_Kaiserstr_18
2	2357 : BW_16_Briefwahlvorstand_Ro_Briefwahl_1
3	2347 : LW_16_Kindergarten_Beethovenstr_3
Partei: FDP, Kreis: 61=Hechingen	
1	8668 : LW_61_Dottingen
2	8670 : LW_61_Hundersingen
3	8665 : LW_61_Boettingen
Partei: FDP, Kreis: 15=Waiblingen	
1	2063 : BW_15_Briefwahl_6_Marktplatz_1
Partei: FDP, Kreis: 22=Schwaebisch_Hall	
1	3011 : LW_22_Reubach_Ortsverwaltung_Reubacher_Hauptstrasse_24
2	3064 : BW_22_Sulzbach_Laufen_Briefwahl
3	3009 : LW_22_Brettheim_Ortsverwaltung_Kirchstrasse_3

Bemerkenswert ist, das es extrem überdurchschnittlich hohe Stimmabgaben für die FDP fast ausschliesslich in den Landtkreisen gab.

3.1.5 Die Linke

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 47 Freiburg II (Stadtkreis)
- [2] 1 Stuttgart I (Stadtkreis)
- [3] 34 Heidelberg (Stadtkreis)
- [4] 4 Stuttgart IV (Stadtkreis)
- [5] 62 Tuebingen (Landtkreis?)

Die ersten drei Kreise werden auch bei den Grünen als Ausreisserkreise gefunden.
Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: Die Linke, Kreis: 47=Freiburg II	
1	6502 : LW_47_680_02_Vauban_
2	6465 : LW_47_611_03_Haslach_Egerten_
3	6527 : BW_47_947_08
Partei: Die Linke, Kreis: 1=Stuttgart I	
1	82 : LW_1_Generationenhaus_Heslach
2	8 : LW_1_Ev_Friedens_Gemeindehaus
Partei: Die Linke, Kreis: 34=Heidelberg	
1	4783 : LW_34_Eichendorffschule
2	4763 : LW_34_Volkshochschule
3	4755 : LW_34_Hoelderlin_Gymnasium
Partei: Die Linke, Kreis: 4=Stuttgart IV	
1	48 : LW_4_Kath_Gemeindezentrum
2	167 : LW_4_Grundschule_Burgholzhof
3	161 : LW_4_Carl-Benz_Schule
Partei: Die Linke, Kreis: 62=Tuebingen	
1	8984 : LW_62_Wennfelder_Garten
2	8961 : LW_62_Innenstadt_Nord_Ost
3	8982 : LW_62_Sternplatz

Bemerkenswert ist, dass es extrem überdurchschnittlich hohe Stimmabgaben für Die Linke fast ausschliesslich in den Stadtkreisen gab.

3.1.6 AfD

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 42 Pforzheim (Stadtkreis)
- [2] 35 Mannheim I (Stadtkreis)

Der Kreis Mannheim I wird auch bei der SPD als Ausreisserkreis gefunden. Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: AfD, Kreis: 42=Pforzheim	
1	5826 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
2	5829 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
3	5825 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
Partei: AfD, Kreis: 35=Mannheim I	
Keine Ausreisser nach oben in diesem Kreis	

Die Bezirke des Kreises Mannheim I scheinen alle gleichmässig hoch für die AfD gestimmt zu haben. Die Resultate in Mannheim und Pforzheim sind m.E. nicht überraschend und sind wohl vorrangig bedingt durch die Veränderungen in der Zusammensetzung der Populationen sichtbar auf den Strassen der beiden Städte.

3.1.7 Sonstige

Die folgenden Kreise werden in dieser Reihenfolge als Ausreisser erkannt:

- [1] 53 Rottweil (Landtkreis)
- [2] 68 Wangen (Landtkreis)
- [3] 28 Karlsruhe II (Stadtkreis)

Eine weitere Analyse dieser Kreise zeigt als potentielle Ausreisser:

Partei: Sonstige, Kreis: 53=Rottweil	
1	7427 : LW_53_Heiligenbronn_Brambach_Hochholz
2	7343 : LW_53_Busenweiler
3	7422 : LW_53_Sulgen_Nord
Partei: Sonstige, Kreis: 68=Wangen	
1	10295 : BW_68_Briefwahl
2	10045 : LW_68_Achberg
3	10046 : BW_68_Briefwahl
Partei: Sonstige, Kreis: 28=Karlsruhe II	
1	3922 : LW_28_Westl_Draisschule
2	4092 : BW_28_Briefwahl
3	4041 : LW_28_Westlich_Tennessee_Allee

3.1.8 Histogramm

Verteilung der relativen Häufigkeiten innerhalb der Wahlkreise für die einzelnen Parteien:

Histogramm=

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CDU	3	3	5	9	16	14	6	6	3	5
GRUENE	4	4	7	17	10	11	8	4	2	3
SPD	3	4	12	19	16	9	4	1	1	1
FDP	7	9	15	17	10	4	3	3	1	1
LINKE	18	28	12	1	2	4	1	2	0	2
AfD	2	2	8	6	22	11	12	5	0	2
Sonst	5	9	11	10	12	8	8	4	2	1

D.h. im Normalfalle sollte es annähernd eine Normalverteilung geben, d.h. wenig Kreise mit sehr geringen oder sehr hohen relative Häufigkeiten und relativ viele Kreise mit mittleren Häufigkeiten. D.h. für die Linke gab es hier relativ viele Wahlbezirke mit sehr kleinen Stimmanteilen. Für die AfD gab es zwei Wahkreise mit sehr hohen Stimmanteilen, welche natürlich Pforzheim und Mannheim I sind.

3.2 Analyse der Bezirksdaten

3.2.1 Obere Ausreisser in Bezug auf alle Bezirke

Hier werden die Bezirksweise höchsten Wahlresultate für die einzelnen Parteien berichtet, ohne dabei die Resultate in den Wahlkreisen in Betracht zu ziehen.

Bezirksausreisser für Partei: CDU		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	65 : Ehingen *	9509 : LW_65_Grundsheim
2	70 : Sigmaringen	10434 : LW_70_Haid_Siessen
3	23 : Main-Tauber	3282 : LW_23_Wittighausen_Poppenhausen
4	65 : Ehingen *	9480 : LW_65_Ehingen_Volkersheim
5	21 : Hohenlohe	2800 : LW_21_Stadtteil_Oberndorf_Rathaus_Dorfstr
Bezirksausreisser für Partei: Grüne		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	47 : Freiburg II *	6501 : LW_47_680_01_Vauban_
2	47 : Freiburg II *	6503 : LW_47_680_03_Vauban_
3	16 : Schorndorf	2289 : LW_16_Freie_Waldorfschule_Speisesaal_21
4	11 : Geislingen	1262 : LW_11_Bad_Boll_Dorfhaus_Eckwaelden
5	54 : Villingen_Schwenning	7557 : LW_54_Gemeindehaus_Linach_29
Bezirksausreisser für Partei: SPD		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	43 : Calw	5970 : LW_43_Nagold_Nagold_Vollmaringen_Sued_Schule
2	58 : Loerrach	8346 : LW_58_Zell_im_Wiesental_Gresgen
3	32 : Rastatt	4542 : LW_32_Bietigheim_Werkrealschule_1
4	20 : Neckarsulm	2749 : LW_20_Obersulm_Suelzbach
5	32 : Rastatt	4540 : LW_32_Bietigheim_Grundschule_1
Bezirksausreisser für Partei: FDP		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	22 : Schwaebisch_Hall *	3011 : LW_22_Reubach_Ortsverw_Reubacher_24
2	67 : Bodensee	9987 : LW_67_DGH_Grasbeuren
3	16 : Schorndorf *	2290 : LW_16_Altes_Schulhaus_Kaiserstr_18
4	21 : Hohenlohe	3026 : LW_21_Riedbach_Dorfgemeinschaftshaus
5	61 : Hechingen_Muens. *	8668 : LW_61_Dottingen

Die mit einem asterisk * gekennzeichneten Kreisnamen traten auch als Ausreisser bei der kreisweisen Analyse auf. Auch hier zeichnet sich Freiburg II wieder überdurchschnittlich für die Grünen aus. Und ähnlich den Grünen wählt Freiburg II überdurchschnittlich für die Linken:

Bezirksausreisser für Partei: Die Linke		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	47 : Freiburg II *	6502 : LW_47_680_02_Vauban_
2	47 : Freiburg II *	6465 : LW_47_611_03_Haslach_Egerten_
3	46 : Freiburg I	6366 : LW_46_112_02_Altstadt_Ring_
4	25 : Schwaebisch_Gmuend	3633 : LW_25_GD_aeuss_Buchstr_Benz
5	47 : Freiburg II *	6527 : BW_47_947_08
Bezirksausreisser für Partei: AfD		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	42 : Pforzheim *	5826 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
2	42 : Pforzheim *	5829 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
3	33 : Baden_Baden	4637 : LW_33_Gemeindezentrum_Kaminzimmer
4	23 : Main-Tauber	3261 : LW_23_Wertheim_Wartberg
5	42 : Pforzheim	5825 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
Bezirksausreisser für Partei: Sonstige		
	Wahlkreis	Wahlbezirk
1	57 : Singen	8086 : LW_57_Tengen_Talheim_Rathaus_Im_Wieseng
2	53 : Rottweil *	7427 : LW_53_Heiligenbronn_Brambach_Hochholz
3	23 : Main-Tauber	3210 : LW_23_Niederstetten_Pfitzingen
4	59 : Waldshut	8435 : LW_59_Hornberg
5	23 : Main-Tauber	3120 : LW_23_Bad_Mergentheim_Rathaus_Herbst

Es bestätigt sich, dass Pforzheim überwiegend AfD gewählt hat. Hinzu kommt, dass es Bezirke in Baden-Baden und Main-Tauber gab, die weit überdurchschnittlich AfD gewählt haben.

3.2.2 Histogramm

Verteilung der relativen Häufigkeiten in den Wahlbezirken für die einzelnen Parteien:

Histogramm=

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CDU	34	767	3424	3871	1510	586	222	61	18	3
GRUENE	27	239	1182	3330	3586	1477	526	111	13	5
SPD	248	1893	4486	2863	775	186	29	10	4	2
FDP	271	4042	4463	1325	307	59	14	9	5	1
LINKE	5280	3751	941	340	107	54	20	2	0	1
AfD	255	2121	4390	2709	769	182	41	16	7	6
Sonst	563	3809	4031	1591	370	91	24	9	4	4

3.3 Briefwahl- versus Kabinwahl-Resultate

In der Vergangenheit hat es immer wieder einmal Probleme mit der Verfälschung von Briefwahldaten gegeben. Das Problem dabei ist, dass eine sichere Aufbewahrung über einen grösseren Zeitraum schwer realisierbar ist. Auch wenn bei dieser Wahl es für mich keine deutlich sichtbaren Anzeichen der Manipulation der Briefwahlresultate gegeben haben mag, ausgenommen Wahlbezirk 947_08

im Wahlkreis Freiburg II, möchten wir hier kurz darlegen, wie ich in solchen Fällen methodisch vorgehen würde.

Prozentualer Anteil Brief- und Lokalwähler für Parteien:

Partei	Briefwähler	Lokalwähler
CDU	21.72	78.28
Grüne	21.41	78.59
SPD	19.78	80.22
FDP	25.03	74.97
Linke	18.44	81.56
AfD	18.72	81.28
Sonstige	21.25	78.75

Gemessen in Prozenten gab es die wenigsten Briefwähler bei den Sonstigen, der Linken und der AfD, die meisten dagegen bei der CDU und den Grünen.

Es interessieren sicher die Kreise, bei der die relative (prozentuale) Anzahl der Briefwähler Ausreisser nach oben sind:

Partei	Rang	Ausreisser Kreis	Value
CDU	1	1 Stuttgart_I	0.3689
	2	36 Mannheim_II	0.3360
	3	56 Konstanz	0.3123
	4	2 Stuttgart_II	0.3091
GRUENE	1	1 Stuttgart_I	0.3102
	2	56 Konstanz	0.2913
	3	2 Stuttgart_II	0.2745
	4	36 Mannheim_II	0.2709
SPD	1	1 Stuttgart_I	0.2806
	2	36 Mannheim_II	0.2797
	3	56 Konstanz	0.2778
	4	46 Freiburg_I	0.2465
	5	47 Freiburg_II	0.2438
FDP	1	1 Stuttgart_I	0.3819
	2	56 Konstanz	0.3363
	3	2 Stuttgart_II	0.3278
LINKE	1	1 Stuttgart_I	0.2691
	2	46 Freiburg_I	0.2655
	3	56 Konstanz	0.2426
	4	36 Mannheim_II	0.2370
	5	47 Freiburg_II	0.2364
AfD	1	1 Stuttgart_I	0.3061
	2	2 Stuttgart_II	0.2645
	3	46 Freiburg_I	0.2583
	4	56 Konstanz	0.2541
Sonstige	1	56 Konstanz	0.3252
	2	1 Stuttgart_I	0.3091
	3	2 Stuttgart_II	0.3007
	4	36 Mannheim_II	0.2862
Insgesamt	1	1 Stuttgart_I	0.3217
	2	56 Konstanz	0.2941
	3	36 Mannheim_II	0.2842
	4	2 Stuttgart_II	0.2828

Die Pearson und Spearman Korrelationen zwischen den Wahlergebnissen der Brief- und Lokalwählern insgesamt über alle Kreise offenbaren, dass es keine wesentlichen Unterschiede gibt:

Partei	Pearson	Spearman
CDU	0.95472	0.94797
Grüne	0.95816	0.94447
SPD	0.96662	0.94902
FDP	0.94694	0.95224
Linke	0.96820	0.90440
AfD	0.92936	0.94489
Sonstige	0.92196	0.91766

Vergleicht man die relativen Wahlergebnisse der Wahlkreise zwischen Briefwahl und Lokalwahl erhält man die folgenden Mittelwerte und in der letzte Zeile die relative Differenz $(Brief - Lokal)/Lokal$:

Partei	CDU	Gruene	SPD	FDP	Linke	AfD	Sonstige
Brief	0.2804	0.3010	0.1199	0.0988	0.0244	0.1376	0.0379
Lokal	0.2658	0.3008	0.1300	0.0789	0.0307	0.1565	0.0373
RelDiff	0.0549	0.0006	-0.0777	0.2523	-0.2048	-0.1208	0.0159

Je höher der Wert der relativen Differenz, desto grösser ist der Anteil der Briefwahlstimmen im Vergleich zu den Wahllokalstimmen der jeweiligen Partei. Für grosse positive Werte sollte es evtl. eine Begründung geben. Die Summe der ersten zwei Zeilen ist jeweils 1.

Die p Werte für den Vergleich der Mittelwerte der relativen Wahlkreisdaten mit den folgenden Tests

1. übliche t Test
2. Welsh t test
3. Wilcoxon (Man-Whitney) test

zeigt die nächste Tabelle, die nur für SPD und CDU zeigen, dass deren Mittelwerte für Brief- und Lokalwahl nicht signifikant verschieden sind:

Partei	Common t Test	Welsh t Test	Man-Whitney
CDU	0.04035	0.04043	0.03038
Gruene	0.98200	0.98200	0.88897
SPD	0.03536	0.03537	0.01338
FDP	1e-010	1e-010	1e-010
Die_Linke	0.00372	0.00372	0.00000
AfD	0.00033	0.00034	0.00052
Sonstige	0.63252	0.63252	0.66017

Das bedeutet, dass es für die CDU, SPD, FDP, und Linke Wähler signifikante Unterschiede im Wahlverhalten zwischen Briefwählern und Lokalwählern gibt, während für Grüne und Sonstige, die Gleichheit des Stimmverhaltens nicht ausgeschlossen werden kann.

Um Ausreisser beim Vergleich von Brief- und Lokalwählern zu ermitteln haben wir uns entschlossen, so vorzugehen:

1. Zuerst berechnen wir die relativen Häufigkeiten der Stimmen für jede Partei bei Brief- und Lokalwählern für jeden Wahlkreis. (Prozentwerte sind das hundertfache der relativen Häufigkeiten.)
2. Dann berechnen wir die Differenzen zwischen den Briefwahl- und Lokalwahl-Paaren. Bei einem relativ normalen Abstimmungsverhalten sollten diese Werte nahezu bei Null liegen.
3. Wir erhalten so einen eindimensionalen Datensatz mit der Länge der Anzahl der Wahlkreise, den wir auf Ausreisser zugunsten der Briefwähler bzw. Lokalwähler testen können.

Aufgrund der Informationen in den obigen Tabellen erwarten wir kaum Ausreisser bei den Differenzen zwischen Briefwahl- und Lokalwahl-Resultaten. Ein + Zeichen in der letzten Spalte der Tabelle zeigt an, dass es sich hier um einen Ausreisser zugunsten der Briefwahl handelt während ein - einen Ausreisser zugunsten der Lokalwahl anzeigt.

Partei	Rang	Wahlkreis	+ oder -
CDU	1	65 Ehingen	- o
	2	36 Mannheim_II	+
	3	39 Weinheim	+
	4	42 Pforzheim	+
	5	1 Stuttgart_I	+
Grüne	1	39 Weinheim	-
	2	29 Bruchsal	-
	3	23 Main-Tauber	+
	4	65 Ehingen	+
	5	21 Hohenlohe	+
SPD	1	3 Stuttgart_III	-
	2	4 Stuttgart_IV	-
	3	35 Mannheim_I	+ *
	4	9 Nuertingen	-
	5	2 Stuttgart_II	-
FDP	1	18 Heilbronn	+
	2	42 Pforzheim	+
	3	21 Hohenlohe	-
	4	15 Waiblingen	+ *
Die Linke:	1	1 Stuttgart_I	- o
	2	34 Heidelberg	- o
	3	42 Pforzheim	-
	4	3 Stuttgart_III	-
	5	28 Karlsruhe_II	-
AfD:	1	42 Pforzheim	- o
	2	35 Mannheim_I	- o
	3	54 Villingen_Schwenning	-
	4	36 Mannheim_II	-
	5	55 Tuttlingen_Donauesch	-
Sonstige:	1	40 Schwetzingen	+
	2	28 Karlsruhe_II	- o
	3	24 Heidenheim	+
	4	69 Ravensburg	+
	5	22 Kehl	+

Einige der hier gefundenen Kreise wurden auch als Ausreisser in Kapitel 3.1 gefunden. Allerdings wurden dort ganz allgemeine Ausreisser in der Höhe des allgemeinen (Lokal- und Briefwahlen) Stimmverhaltens bez. der Parteien aufgedeckt, während hier Ausreisser im Vergleich der Stimmenanteile zwischen Lokal- und Briefwahlen gefunden wurden.

- * Kreise die hier mit einem Asterisk * gekennzeichnet sind: Der Wahlkreis ist als Ausreisser erkannt worden was hier mit positivem Briefwahlverhalten unterstützt wird. Diese Parteien schnitten in diesen Kreisen bei den Briefwahlen besser ab als bei den Lokalwahlen.
- o Kreise die hier mit einem Kreis o gekennzeichnet sind: Der Wahlkreis ist als Ausreisser erkannt worden trotz des negativen Briefwahlverhaltens hier. Diese Parteien schnitten in diesen Kreisen bei den Lokalwahlen besser ab als bei den Briefwahlen.

4 Mehrdimensionale Ausreisseranalyse

4.1 Analyse der Kreisdaten mit MCD

Die folgende Tabelle enthält die Wahlkreise, die für alle Parteien die 20 bedeutendsten multidimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz. Die Spalte `Mahal.` zeigt den Wert der Mahalanobis Distanz:

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Kreise 3.1	Kreise 3.2
1	18.191	3.9138	Freiburg II (Stadtkreis)	Grüne + Linke	Grüne + Linke
2	17.900	4.1696	Stuttgart I (Stadtkreis)	Grüne	
3	12.422	3.2217	Heidelberg (Stadtkreis)	Grüne + Linke	
4	12.376	2.6033	Stuttgart IV (Stadtkreis)	Linke	
5	10.124	2.2370	Tübingen (Landtkreis?)	Linke	
6	9.6724	4.5230	Mannheim I (Stadtkreis)	AfD + Linke	
7	9.4424	2.6818	Karlsruhe II (Stadtkreis)	Sonstige	
8	8.8345	2.3032	Karlsruhe I (Stadtkreis)		
9	8.3901	2.4300	Freiburg I (Stadtkreis)		Linke
10	7.5334	1.6427	Stuttgart III (Stadtkreis)		
11	6.6496	1.8975	Mannheim II (Stadtkreis)		
12	6.6244	4.4400	Pforzheim (Stadtkreis)	AfD	AfD
13	6.2234	4.3089	Freudenstadt (Landtkreis)	FDP	
14	5.3286	2.2732	Konstanz (Landtkreis?)	Grüne	
15	4.7256	3.2115	Schorndorf (Landtkreis)		Grüne, FDP
16	4.6416	3.3263	Main-Tauber (Landtkreis)		CDU, AfD
17	4.5853	2.3657	Stuttgart II (Stadtkreis)		
18	4.4360	3.2790	Aalen (Landtkreis)	CDU	
19	3.8979	2.6033	Waiblingen (Landtkreis)	FDP	
20	3.8744	3.4892	Wangen (Landtkreis)	Sonstige	

Es ist ausserordentlich bemerkenswert, dass Freiburg II als der bedeutendste Ausreisser gefunden wird, selbst wenn die Resultate aller Parteien einbezogen werden. Und zumindest bedenkenswert, dass die vorderen Plätze der grössten Ausreisser nach oben auch bei den Grünen und Linken zu finden sind.

4.2 Bezirks-Ausreisser innerhalb der Kreise-Ausreisser

Die ersten und bedeutendsten dieser Ausreisser im Wahlkreis Freiburg II wurden bereits bei den eindimensionalen Analysen der Grünen als problematisch erkannt.

Wahlkreis= 47 : Freiburg_II (29 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
6.7659	4.0203	6501 : LW_47_680_01_Vauban_
6.0445	3.6736	6503 : LW_47_680_03_Vauban_
6.0283	4.8131	6524 : BW_47_947_05
6.0069	4.1045	6495 : LW_47_660_06_Weingarten_
5.6320	4.0654	6493 : LW_47_660_04_Weingarten_
Wahlkreis= 1 : Stuttgart_I (23 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
6.7327	4.1845	33 : BW_1_Briefwahlbezirk
5.9766	4.1316	18 : LW_1_Praghschule
5.6701	4.1596	29 : LW_1_Rosensteinschule
5.6285	4.0890	13 : LW_1_VWA_Haus
5.4786	3.5698	83 : LW_1_Lerchenrainschule
Wahlkreis= 34 : Heidelberg (29 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
9.7877	5.2676	4807 : LW_34_Albert_Schweitzer_Schule
9.0231	4.9637	4857 : LW_34_Grundschule_Emmertsgrund
8.1820	4.2712	4854 : LW_34_Grundschule_Emmertsgrund
7.1262	3.9574	4855 : LW_34_Grundschule_Emmertsgrund
6.4687	3.2971	4790 : LW_34_Internationale_Gesamtschule
Wahlkreis= 4 : Stuttgart_IV (11 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
5.4441	4.1714	167 : LW_4_Grundschule_Burgholzhof
4.9888	4.2251	61 : LW_4_Evangelische_Kirche
4.9662	4.1658	164 : LW_4_Carl-Benz_Schule
4.2104	2.9758	163 : LW_4_Grundschule_Burgholzhof
4.0355	3.1168	282 : LW_4_Joerg_Ratgeb_Schule
Wahlkreis= 62 : Tuebingen (36 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
7.6247	6.0381	9044 : LW_62_Boerstingen
7.4540	3.7997	8984 : LW_62_Wennfelder_Garten
7.0463	4.4575	8975 : LW_62_Waldhaeuser_Ost_II_west_
6.5317	3.7333	8904 : LW_62_Kath_Gemeindezentrum_Don_Bosco
6.4103	4.5620	8979 : LW_62_Franzoesisches_Viertel
Wahlkreis= 35 : Mannheim_I (17 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
8.8499	3.9076	4882 : LW_35_Marie_Curie_Schule_02112
8.4756	4.5122	4887 : LW_35_Uhlandschule_03112
8.1989	2.8923	4881 : LW_35_Marie_Curie_Schule_02111
7.2963	2.7195	4888 : LW_35_Uhlandschule_03113
6.9891	2.7344	4883 : LW_35_Humboldtschule_02121

Wahlkreis= 28 : Karlsruhe_II (17 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
7.1809	4.3841	3949 : LW_28_Friedr_Weick_Str_Edith_SteinStr_
6.5548	4.7075	4042 : LW_28_Kanalweg_Louisiana_Drive
5.7995	3.3866	3947 : LW_28_Eugen_Geck_str_
5.7029	3.6694	3946 : LW_28_Anne_Frank_Schule
5.4649	3.4448	3948 : LW_28_Karl_Floesser_Str_Graf_Galen_Str_
Wahlkreis= 27 : Karlsruhe_I (25 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
6.5837	4.5885	3982 : LW_27_Hallesche_Allee
6.5222	4.0176	3863 : LW_27_Suedl_Staatstheater
6.0113	4.3667	3971 : LW_27_Koenigsberger_Str_
6.0047	3.6306	3870 : LW_27_Liebfrauen_Kirche
5.6640	3.3702	3857 : LW_27_oestliche_Altstadt
Wahlkreis= 46 : Freiburg_I (36 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
7.8269	5.3803	6734 : LW_46_Wahlbezirk
7.7624	5.3250	8400 : LW_46_Stadtteil_Ebnet_ehem_Rathaus_Von_Hiddessen_Strasse_9
6.7700	4.7410	6674 : LW_46_Wahlbezirk
5.9577	4.5648	8404 : LW_46_Stadtteil_Wittklofen_ehem_Rathaus_Roggenbacher_Strasse_
5.7988	4.2848	8425 : LW_46_Buergerhaus_Staufen
Wahlkreis= 3 : Stuttgart_III (16 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
6.1673	4.8437	232 : LW_3_Realschule_Feuerbach
5.7686	4.5750	426 : LW_3_Tageseinrichtung_fuer_Kinder
5.2031	3.7230	424 : LW_3_Zehntscheuer
4.8918	3.8990	428 : LW_3_Neuwirtshausschule
4.7259	3.8452	189 : LW_3_Kath_Kirche_St_Clemens
Wahlkreis= 36 : Mannheim_II (18 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
8.8508	4.4133	5014 : LW_36_Gemeindehaus_St_Konrad_17241
8.2652	5.1506	4877 : LW_36_Jungbuschschule_01251
7.5830	5.2210	4987 : LW_36_Astrid_Lindgren_Schule_14331
7.3027	5.6929	4917 : LW_36_Moll_Gymnasium_05121
7.2478	4.4434	5017 : LW_36_Gerhart_Hauptmann_Schule_17462
Wahlkreis= 42 : Pforzheim (22 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
7.2299	3.9448	5826 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
6.7620	3.6724	5825 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
6.5563	3.4861	5822 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
6.0836	3.9210	5829 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
6.0276	3.2310	5824 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule

Wahlkreis= 45 : Freudenstadt (20 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
8.7106	5.9846	6274 : LW_45_Freudenstadt_Gemeindehaus_Martinskirche
6.6214	4.6913	6249 : LW_45_Baiersbronn_Schwarzenberg
5.5369	3.8143	6349 : LW_45_Seewald_Erzgrube
5.5161	4.1283	6311 : LW_45_Horb_am_Neckar_Ihlingen
5.1471	3.6331	6350 : LW_45_Seewald_Hochdorf
Wahlkreis= 56 : Konstanz (20 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
7.8484	5.5329	7928 : LW_56_Konstanz_Treffpunkt_Cherisy_Cafeteria
6.8161	4.7564	7918 : LW_56_Konstanz_Petruskindergarten_Eingangsbereich
5.7690	4.4853	7835 : LW_56_Allensbach_Langenrain_ehem_Schulhaus
5.7093	4.1629	7985 : LW_56_Radolfzell_am_Bodensee_Berufsschulzentrum_Alemannenstras
5.0921	3.6002	7904 : LW_56_Konstanz_Treffpunkt_Petershausen_Bistro
Wahlkreis= 16 : Schorndorf (31 Outliers)		
RobustD	Mahal.D	Wahlbezirk
14.277	8.2094	2289 : LW_16_Freie_Waldorfschule_Speisesaal_Esslinger_Str_21
9.2259	4.7804	2290 : LW_16_Altes_Schulhaus_Kaiserstr_18
7.0767	4.0949	2148 : LW_16_Kinderhaus_Sonnenbogen_Wieslaufweg_8
6.5502	3.5024	2352 : LW_16_Ehem_Rathaus_St_Pierre_Platz_3
6.4073	2.9168	2358 : BW_16_Briefwahlvorstand_St_Briefwahl_2

4.3 Analyse der Kreisdaten mit LTS

Das sollte später überarbeitet werden.

4.4 Analyse der Bezirksdaten mit MCD

Die folgende Tabelle enthält die Wahlbezirke, die für alle Parteien die 20 bedeutendsten multimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz. Die Spalte **Mahal.** zeigt den Wert der Mahalanobis Distanz:

N	Rouss.	Mahal.	Kreis	Bezirk
1	17.386	10.489	47 Freiburg_II	6502 : LW_47_680_02_Vauban_
2	12.332	7.3720	47 Freiburg_II	6465 : LW_47_611_03_Haslach_Egerten_
3	12.257	8.1220	25 Schwaeb_Gmuend	3633 : LW_25_GD_aeuss_Buchstr_Benzholz_Werrenw
5	11.839	7.1599	46 Freiburg_I	6366 : LW_46_112_02_Altstadt_Ring_
4	11.817	7.6636	25 Schwaeb_Gmuend	3635 : LW_25_GD_Hardt_oestl_Falkenbergstr_
6	11.619	7.2131	47 Freiburg_II	6527 : BW_47_947_08
7	11.163	7.0911	47 Freiburg_II	6503 : LW_47_680_03_Vauban_
8	10.946	6.5972	47 Freiburg_II	6490 : LW_47_660_01_Weingarten_
9	10.730	6.5733	36 Mannheim_II	4877 : LW_36_Jungbuschschule_01251
10	10.633	9.2983	22 Schwaeb_Hall	3011 : LW_22_Reubach_Ortsverwg_Reub_Hauptstr
11	10.597	6.3584	47 Freiburg_II	6430 : LW_47_424_06_Unterwiehre_Sued_
12	10.487	6.3485	35 Mannheim_I	4882 : LW_35_Marie_Curie_Schule_02112
13	10.459	6.5881	47 Freiburg_II	6495 : LW_47_660_06_Weingarten_
14	10.441	6.3140	27 Karlsruhe_I	3863 : LW_27_Suedl_Staatstheater
15	10.404	8.3989	42 Pforzheim	5826 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule
16	10.390	7.2625	21 Hohenlohe	2806 : LW_21_Kuenzelsau_5_Grundschr_Talaecker
17	10.382	8.0611	23 Main-Tauber	3261 : LW_23_Wertheim_Wartberg
18	10.262	7.4928	23 Main-Tauber	3260 : LW_23_Wertheim_Wartberg
19	10.185	8.8246	57 Singen	8086 : LW_57_Tengen_Talheim_Rathaus_Wieseng
20	10.162	8.6347	23 Main-Tauber	3210 : LW_23_Niederstetten_Pfizingen

N	Kreis	Bezirk	Kreise 3.1	Bezirke 3.
1	47 Freiburg_II	6502 : LW_47_680_02_Vauban_	Linke, Grüne	Linke
2	47 Freiburg_II	6465 : LW_47_611_03_Haslach_Egerten_	Linke, Grüne	
3	25 Schwaeb_Gmuend	3633 : LW_25_GD_aeuss_Buchstr_Benzh_Werrenw		Linke
4	25 Schwaeb_Gmuend	3635 : LW_25_GD_Hardt_oestl_Falkenbergstr_		
5	46 Freiburg_I	6366 : LW_46_112_02_Altstadt_Ring_		
6	47 Freiburg_II	6527 : BW_47_947_08	Linke, Grüne	Linke
7	47 Freiburg_II	6503 : LW_47_680_03_Vauban_	Linke, Grüne	Grüne
8	47 Freiburg_II	6490 : LW_47_660_01_Weingarten_	Linke, Grüne	
9	36 Mannheim_II	4877 : LW_36_Jungbuschschule_01251		
10	22 Schwaeb_Hall	3011 : LW_22_Reubach_Ortsverwg_Reub_Hauptstr	FDP	FDP
11	47 Freiburg_II	6430 : LW_47_424_06_Unterwiehre_Sued_	Linke, Grüne	
12	35 Mannheim_I	4882 : LW_35_Marie_Curie_Schule_02112	AfD, SPD	
13	47 Freiburg_II	6495 : LW_47_660_06_Weingarten_	Linke, Grüne	
14	27 Karlsruhe_I	3863 : LW_27_Suedl_Staatstheater		
15	42 Pforzheim	5826 : LW_42_Pforzheim_Haidachschule	AfD	AfD
16	21 Hohenlohe	2806 : LW_21_Kuenzelsau_5_Grundschr_Talaecker		
17	23 Main-Tauber	3261 : LW_23_Wertheim_Wartberg		AfD
18	23 Main-Tauber	3260 : LW_23_Wertheim_Wartberg		
19	57 Singen	8086 : LW_57_Tengen_Talheim_Rathaus_Wieseng		Sonstige
20	23 Main-Tauber	3210 : LW_23_Niederstetten_Pfizingen		Sonstige

Man notiert hier sofort die häufigen Vorkommen des Kreises 47 = Freiburg_II.

4.5 Briefwahl- versus Kabinenwahl-Resultate

Wie im entsprechenden Abschnitt der univariaten Analysen beschrieben, berechnen wir auch hier die Differenzen zwischen den Briefwahl- und Lokalwahl-Paaren und nehmen an, dass bei einem relativ normalen Abstimmungsverhalten diese Werte nahezu bei Null liegen sollten.

Die folgende Tabelle enthält die Wahlkreise, die für alle Parteien die ermittelten 19 multimensionalen Ausreisser zeigt. Die Wahlkreise sind sortiert nach fallender Grösse der robusten Rousseeuw Distanz.

N	Rouss.	Mahal.	Kreis
1	8.8235	5.2055	42 Pforzheim
2	7.3606	4.1296	35 Mannheim_I
3	6.8221	3.8205	1 Stuttgart_I
4	6.6748	4.6112	18 Heilbronn
5	6.5017	3.6516	3 Stuttgart_III
6	5.9957	2.9916	34 Heidelberg
7	5.5547	3.4067	28 Karlsruhe_II
8	5.5491	3.1083	36 Mannheim_II
9	5.2135	3.5873	4 Stuttgart_IV
10	4.9312	3.4572	65 Ehingen
11	4.7469	3.3771	40 Schwetzingen
12	4.6345	3.1927	21 Hohenlohe
13	4.6035	3.0362	27 Karlsruhe_I
14	4.3592	2.8835	24 Heidenheim
15	4.2375	3.4719	39 Weinheim
16	4.1653	2.5777	46 Freiburg_I
17	4.1185	2.3889	2 Stuttgart_II
18	4.0450	2.8853	58 Loerrach
19	3.9365	2.8135	69 Ravensburg

Diese Tabelle ist wenig aussagekräftig, da sie nur die Kreise anzeigt, bei denen es offenbar Unterschiede zwischen Briefwahl- und Lokalwahl-Resultaten aller Parteien zusammengenommen gibt.

5 MDS und Korrespondenzanalysen

Abschliessend wollen wir eine multidimensionale Skalierung (MDS) der prozentualen Resultate der 70 Wahlkreise rechnen. Die Eingangsdaten sind hier die Matrix der relativen Wahlhäufigkeiten, wobei die Zeilen zu den 70 Wahlkreisen und die Spalten zu den sechs Parteien CDU, Grüne, SPD, FDP, Die LINKE und AfD korrespondieren. Aufgrund ihrer Heterogenität haben wir die "Sonstigen" hier wieder weggelassen. Die Wahlkreise werden nach ihrer Ähnlichkeit als Punkte in einem zweidimensionalen scatter plot dargestellt, wobei die beiden Dimensionen die Hauptkriterien für die Unterschiede zwischen den Parteien darstellen.

Wir sehen hier deutlich, dass die x -Achse von den Grünen geprägt wird, denn die extremalen Punkte gehören zu den Kreisen: 1= Stuttgart_1, 47= Freyburg_2 und 34= Heidelberg. Die y -Achse wird von der AfD geprägt, denn die extremalen Punkte gehören zu den Kreisen: 35= Mannheim_1, 42= Pforzheim, und 24= Heidenheim.

Die Wahlkreise sind je näher zueinander lokalisiert desto ähnlicher das Wahlverhalten in ihnen ist. Diese Berechnungen wurden mit dem KYST (Kruskal, Young, Shepard, & Torgerson) Algorithmus der `mds()` Funktion in CMAT ausgeführt. Für die scatter plots wurde das CMAT Interface zur Gnuplot software benutzt.

Die nächsten beiden Graphen zeigen die scatter plots von Parteien und den 70 Wahlkreisen, die das Resultat einer Korrespondenzanalyse (mittels Funktion `anacor()` in CMAT) der Wahlkreisdaten sind. Dabei interessieren insbesondere die Ähnlichkeits-Beziehungen zwischen den Parteien.

Im Parteien plot ist die x -Achse eindeutig der rechts-links Zuordnung (von AfD zur Linken hin) der Parteien zuzuschreiben während die y -Achse evtl. die finanziellen Möglichkeiten (arme oder reiche Wohngebiete) der Wähler wiedergibt. Wähler der CDU, FDP und der Grünen gehören mit Sicherheit zu den wohlhabenderen Bürgern Deutschlands, während die von SPD und Linken zu den Ärmeren gehören. Die Nähe der Grünen zu CDU und FDP zeigt, wie die Grünen in den Domänen von CDU und FDP wildern. Grosse Teile der Universitäts Angestellten und Absolventen in BW tendieren dazu, Grüne und Linke zu wählen. Die eher unpolitischen Ingenieur- und Naturwissenschaften spielen an den Universitäten in BW eine relative Schattenrolle. Es überwiegen klar die Soziologen, Philosophen, Sozial- und Politikwissenschaftler. Die SPD Wähler tendieren dazu, Angestellte der Industrie oder relativ arme Rentner daraus zu sein. Die für Korrespondenzanalysen typische *horseshoe* Konfiguration (deLeeuw, 2008) ist deutlich sichtbar.

Ein letzter scatter plot zeigt die Lage der sechs Parteien von einer Korrespondenzanalyse der 10496×6 Matrix der relativen Wahlhäufigkeiten in allen Wahlbezirken. (Der scatter plot der 10496 Wahlbezirke wird hier nicht gezeigt.) Auch hier ist die Nähe der Grünen zu CDU und FDP erkennbar. Diese Nähe der Grünen zu CDU und FDP ist aber in anderen Bundesstaaten, wie z.B. Mecklenburg-Vorpommern nicht vorhanden.

Wenn man allerdings annimmt, dass die x Achse wieder zur rechts-links Tendenz korrespondiert, dann tauschen AfD und CDU in etwa die Plätze. Die Bedeutung der y Achse ist mir unklar. Vielleicht muss hier betont werden, dass die Parteienplots auf den Daten des Wahlverhaltens und nicht auf den inhaltlichen Programmen der Parteien beruhen, und man kann nicht erwarten, dass die

AfD eine sichtbare Alternative zu einem Cluster der restlichen fünf etablierten Parteien darstellt.

Die Verteilung der Singulärwerte deutet bereits an, dass eine 2-dimensionale Punktkonfiguration nur eine schlechte Approximation der Daten der relativen Wahlhäufigkeiten sein wird.

Singulärwerte der Kreis- und Bezirksdaten:

SV Kreise	3.8387	0.51180	0.34334	0.17074	0.11177	0.06963
SV Bezirke	47.165	9.6120	7.2961	4.0927	3.2772	1.8391

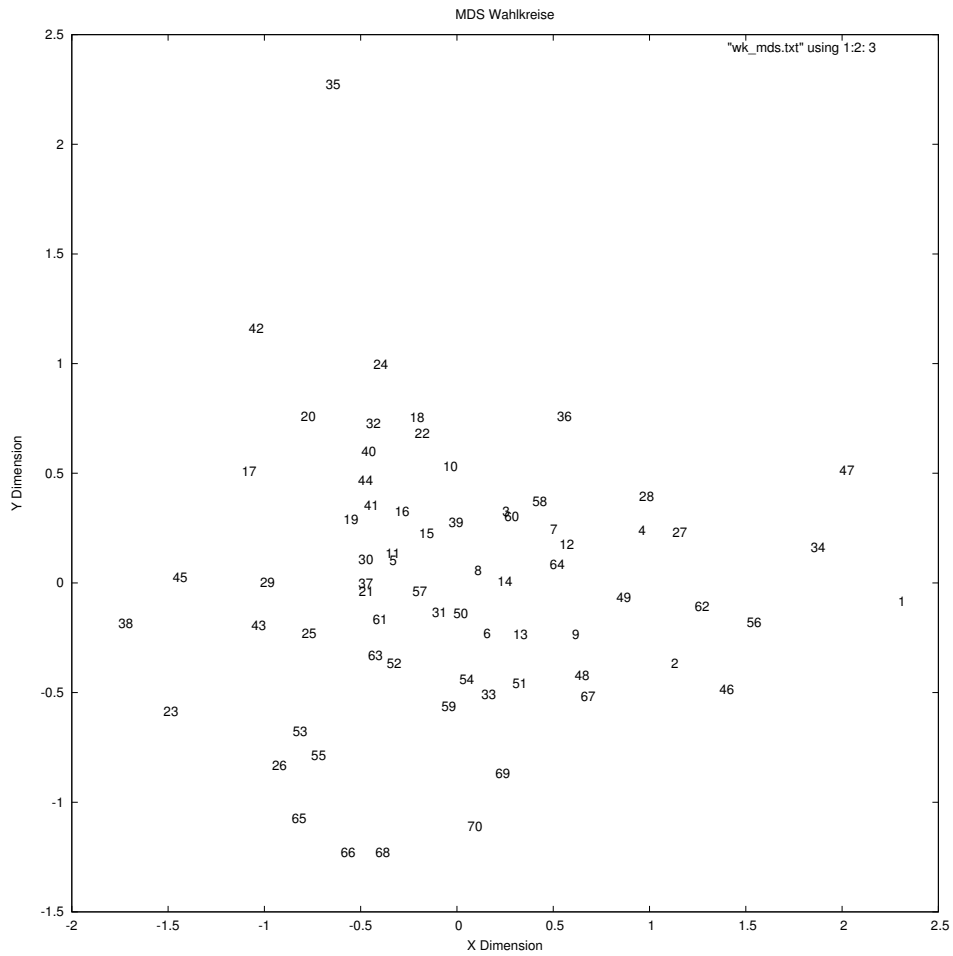


Figure 8: KYST MDS der 70 Wahlkreise

Einige Wahlkreise				
Partei	N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
CDU	65	Ehingen (Landtkreis)	66	Biberach (Landtkreis)
Gruene	1	Stuttgart I (Stadtkreis)	34	Heidelberg (Stadtkreis)
SPD	35	Mannheim I (Stadtkreis)	24	Heidenheim (Landtkreis?)
FDP	45	Freudenstadt (Landtkreis)	16	Schorndorf (Landtkreis)
Die Linke	47	Freiburg II (Stadtkreis)	1	Stuttgart I (Stadtkreis)
AfD	42	Pforzheim (Stadtkreis)	35	Mannheim I (Stadtkreis)
Sonstige	53	Rottweil (Landtkreis)	68	Wangen (Landtkreis)

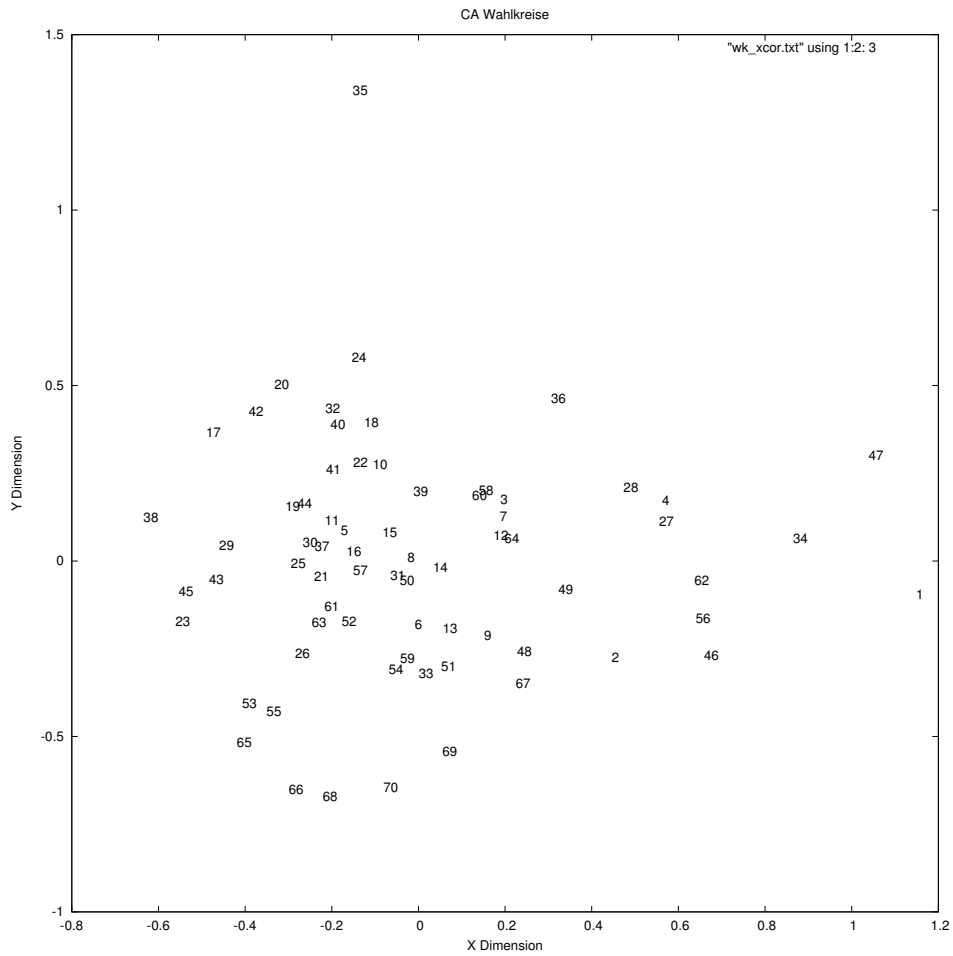


Figure 9: CA der 70 Wahlkreise

Einige Wahlkreise				
Partei	N	Wahlkreis	N	Wahlkreis
CDU	65	Ehingen (Landtkreis)	66	Biberach (Landtkreis)
Gruene	1	Stuttgart I (Stadtkreis)	34	Heidelberg (Stadtkreis)
SPD	35	Mannheim I (Stadtkreis)	24	Heidenheim (Landtkreis?)
FDP	45	Freudenstadt (Landtkreis)	16	Schorndorf (Landtkreis)
Die Linke	47	Freiburg II (Stadtkreis)	1	Stuttgart I (Stadtkreis)
AfD	42	Pforzheim (Stadtkreis)	35	Mannheim I (Stadtkreis)
Sonstige	53	Rottweil (Landtkreis)	68	Wangen (Landtkreis)

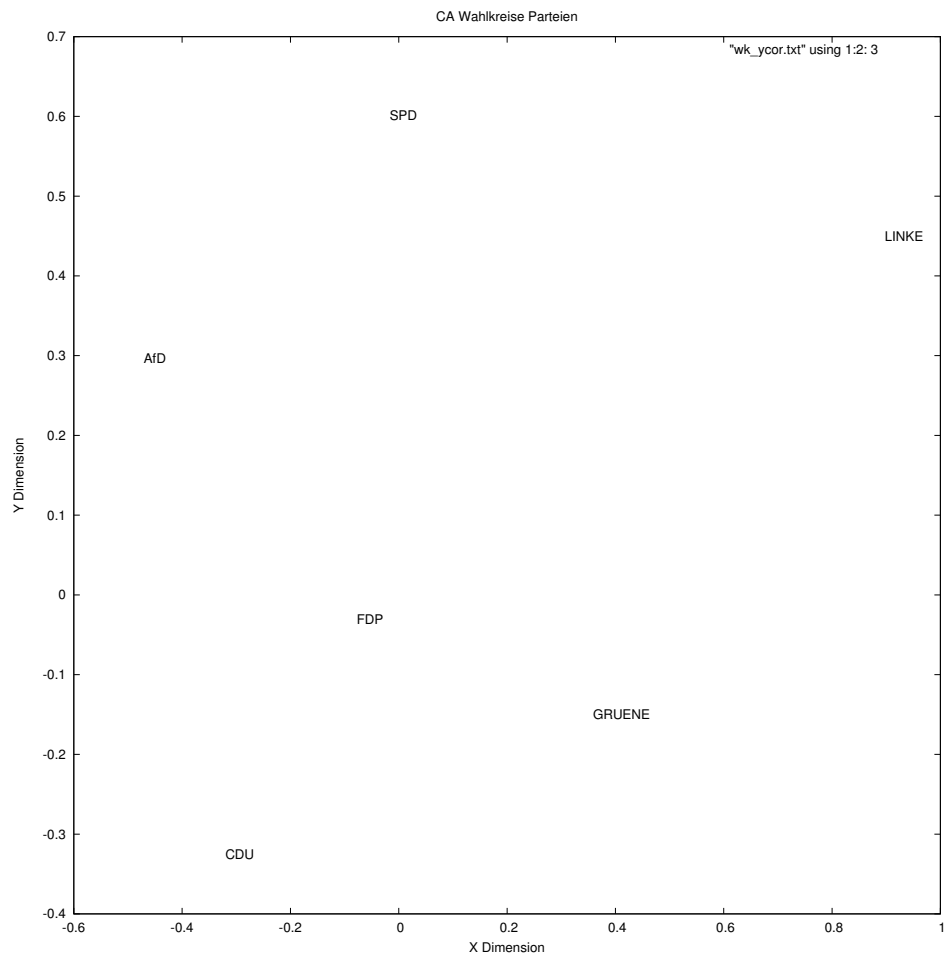


Figure 10: CA der 70 Wahlkreise: Parteien

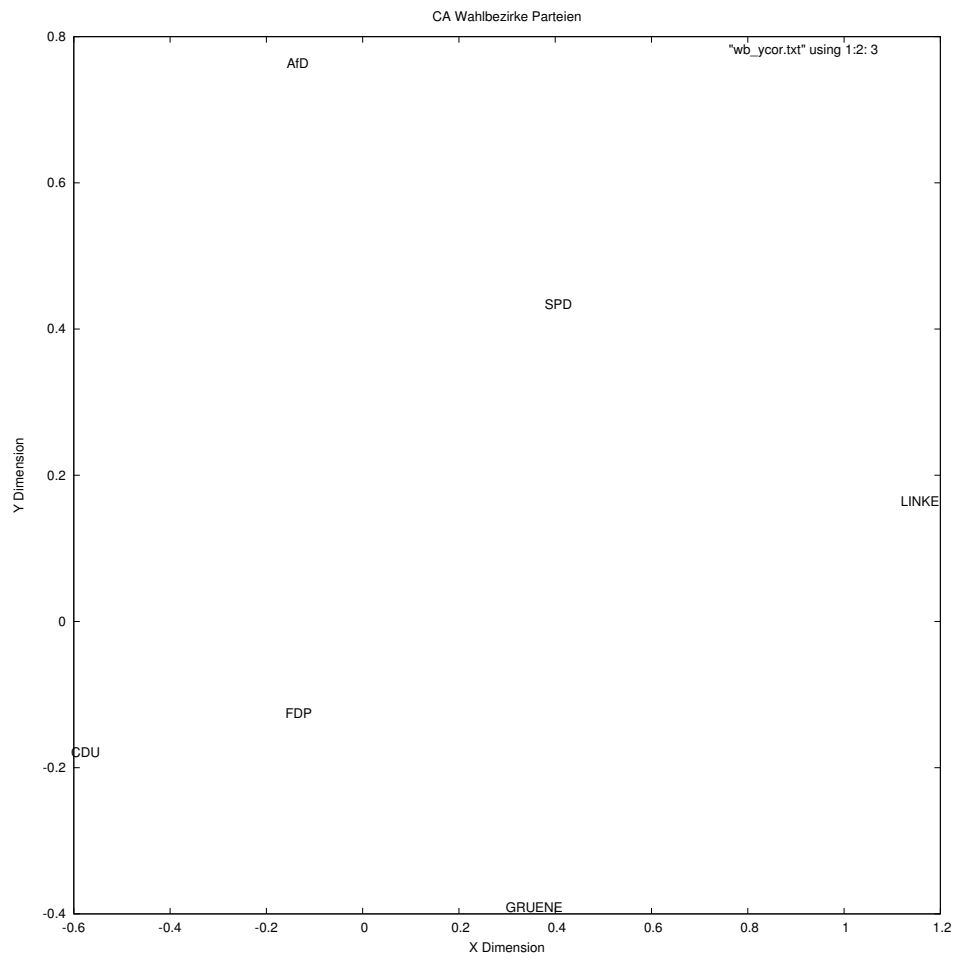


Figure 11: CA der 10496 Wahlbezirke: Parteien

6 Zusammenfassung

Unsere Methoden lassen uns natürlich nicht mit Sicherheit Irregularitäten bei den Resultaten der Wahl feststellen.

Die folgenden Wahlkreise zeigen jedoch relativ auffällige Abweichungen vom normalen Stimmverhalten:

- 680_01_Vauban : im Kreis Freiburg II überdurchschnittlich für die Grünen
- 680_03_Vauban : im Kreis Freiburg II überdurchschnittlich für die Grünen
- 680_02_Vauban : im Kreis Freiburg II überdurchschnittlich für die Linken
- Briefwahlbezirk 947-08 : im Kreis Freiburg II überdurchschnittlich für die Grünen
- Briefwahlbezirk 947-05 : im Kreis Freiburg II als multidimensionaler Ausreisser
- die Grundschule Burgholzhof und die Carl-Benz-Schule in Stuttgart IV treten sowohl als Ausreisser für die Linke als auch als multidimensionale Ausreisser auf
- Wennfelder Garten im Wahlkreis Tübingen als Ausreisser für die Linke als auch als multidimensionaler Ausreisser
- die unerwartet hohen Resultate zugunsten der SPD in Schönau, d.h. WB089_91 : Briefwahl_Schoenau_08991 und WB081_11 : Schoenanschule_08111, im Kreise 35=Mannheim I sind eine weitere Untersuchung sicher wert
- Die Ausreisserkreise der AfD, Pforzheim und Mannheim I sind leicht erklärbar durch ihren sehr hohen Anteil an Migranten

Abnormalitäten bei den Resultaten der Briefwahlen, mit Ausnahme der bei 947-08 im Kreis Freiburg II, konnten wir hier nicht feststellen, wenn man von einigen Ausreissern bei der FDP (und den "Sonstigen") einmal absieht.

Trotzdem haben wir noch Erklärungsprobleme mit der hohen Korrelation zwischen der Wahlbeteiligung und den Wahlerfolgen bei den Grünen und auch mit der hohen Wahlbeteiligung in Stuttgart II und I, die für eine Grosstadt wie Stuttgart eigentlich sehr untypisch ist.

Interessant ist, dass in den Parteienplots von Mecklenburg-Vorpommern die diagonale Entfernung von FDP und Grünen zum Ausdruck kommt, während in Baden-Württemberg diese beiden Parteien relativ nahe zueinander lokalisiert werden.

Wie auch bei fast allen anderen analysierten Landtagswahlen treten die bemerkenswertesten Ausreisser bei den Ergebnissen der Grünen und der Linken auf. Ausreisser, die sich nicht nur bei den eindimensionalen Analysen zeigen, sondern sich auch noch mit den Resultaten der mehrdimensionalen Analysen bestätigen lassen bedürfen zusätzlicher Nachprüfungen.

Alle Berechnungen wurden mit der CMAT Software des Autors durchgeführt. Die scatter plots wurden mit Gnuplot erstellt das von CMAT über ein einfaches Interface verfügbar ist.

7 Appendix

Das sind die fünf Kreise mit dem grössten und kleinsten Anteil ungültiger Erststimmen:

Grösste in Prozent	Kreis	Kleinste in Prozent	Kreis
1.2818	29 Bruchsal	0.4238	1 Stuttgart_I
1.2749	40 Schwetzingen	0.4631	2 Stuttgart_II
1.2378	38 Neckar_Odenwald	0.6043	3 Stuttgart_III
1.2312	32 Rastatt	0.6265	4 Stuttgart_IV
1.2297	20 Neckarsulm	0.6418	62 Tuebingen

Bei den folgenden sechs Wahlkreisen gab es Bezirke, die sowohl als Stadt- als auch Landtkreise definiert worden sind:

18	Heilbronn
33	Baden-Baden
42	Pforzheim
46	Freiburg I
47	Freiburg II
64	Ulm

Und schliesslich eine Tabelle, die etwas Information über jeden der Wahlkreise gibt:

	Wahlkreise	NWB	Wahlber.	Wähler	BWB	NBrief.	PercBW
1	Stuttgart_I	106	97666	73149	25	23535	32.1741
2	Stuttgart_II	108	92379	71475	22	20187	28.2434
3	Stuttgart_III	110	90726	63377	19	14929	23.5559
4	Stuttgart_IV	114	92663	63690	22	16123	25.3148
5	Boeblingen	158	130256	92743	24	18469	19.9142
6	Leonberg	164	128472	96496	31	19659	20.3729
7	Esslingen	157	112285	82628	25	19163	23.1919
8	Kirchheim	153	120290	89543	28	19234	21.4802
9	Nuertingen	152	125035	93679	28	20055	21.4082
10	Goepingen	147	94568	64823	19	12091	18.6523
11	Geislingen	117	89293	64852	26	13112	20.2183
12	Ludwigsburg	154	123843	88578	24	19482	21.9942
13	Vaihingen	159	114552	86909	24	19257	22.1577
14	Bietigheim_Bissingen	157	124674	92835	26	19020	20.4880
15	Waiblingen	139	106092	77861	15	16222	20.8346
16	Schorndorf	125	96116	71851	14	14035	19.5335
17	Backnang	138	93110	67220	22	12162	18.0928
18	Heilbronn	127	100841	66732	19	12450	18.6567
19	Eppingen	125	104514	75256	20	15381	20.4382
20	Neckarsulm	149	111894	78884	25	14060	17.8236
21	Hohenlohe	181	99424	69493	22	10201	14.6792
22	Schwaebisch_Hall	164	125287	84528	26	12304	14.5561
23	Main_Tauber	209	102362	71911	19	12107	16.8361
24	Heidenheim	150	94314	62374	20	11454	18.3634
25	Schwaebisch_Gmuend	143	107859	76556	26	14969	19.5530
26	Aalen	189	122026	86145	31	15797	18.3377
27	Karlsruhe_I	128	103271	73536	30	17853	24.2779
28	Karlsruhe_II	120	102308	69052	30	16143	23.3780
29	Bruchsal	141	113214	80436	23	19082	23.7232
30	Bretten	147	113901	82111	21	17606	21.4417
31	Ettlingen	146	94772	70066	19	15153	21.6268
32	Rastatt	138	113868	76590	24	14247	18.6016
33	Baden_Baden	134	91743	62960	26	13756	21.8488
34	Heidelberg	121	98081	69001	26	17189	24.9112

	Wahlkreise	NWB	Wahlber.	Wähler	BWB	NBrief.	PercBW
35	Mannheim_I	65	91837	54021	12	12738	23.5797
36	Mannheim_II	85	104833	68878	21	19516	28.3342
37	Wiesloch	132	99908	70957	18	13577	19.1341
38	Neckar_Odenwald	186	108962	74649	28	13412	17.9668
39	Weinheim	182	107402	79114	27	18122	22.9062
40	Schwetzingen	137	92617	65340	18	13110	20.0643
41	Sinsheim	137	97608	69353	28	14045	20.2515
42	Pforzheim	123	94642	60807	18	12858	21.1456
43	Calw	171	110797	78777	28	15669	19.8903
44	Enz	142	124758	92792	25	19271	20.7680
45	Freudenstadt	131	86449	60027	17	11222	18.6949
46	Freiburg_I	202	125440	92184	47	23952	25.9828
47	Freiburg_II	141	124903	86473	32	22070	25.5224
48	Breisgau	166	126484	91322	35	20483	22.4294
49	Emmendingen	137	122345	87245	26	17127	19.6309
50	Lahr	152	109901	72463	30	12814	17.6835
51	Offenburg	113	99217	67864	22	13327	19.6378
52	Kehl	117	105364	70040	19	13765	19.6531
53	Rottweil	159	102909	71733	27	14324	19.9685
54	Villingen_Schwenningen	172	121156	82316	27	17626	21.4126
55	Tuttlingen_Donaueschingen	173	124057	85345	33	16787	19.6696
56	Konstanz	136	101097	71617	19	20997	29.3185
57	Singen	158	101365	67526	25	13455	19.9257
58	Loerrach	205	125929	81668	31	17439	21.3535
59	Waldshut	212	122603	79036	31	14862	18.8041
60	Reutlingen	144	127898	91007	25	19847	21.8082
61	Hechingen_Muensingen	178	118891	86211	26	16290	18.8955
62	Tuebingen	159	134421	100803	27	23557	23.3693
63	Balingen	190	114805	77834	27	15033	19.3142
64	Ulm	177	120198	80559	27	17364	21.5544
65	Ehingen	169	100504	72100	21	11663	16.1761
66	Biberach	198	128547	91591	35	16762	18.3009
67	Bodensee	177	129785	93402	32	21994	23.5477
68	Wangen	160	123399	85038	31	16907	19.8817
69	Ravensburg	160	124396	87470	28	17517	20.0263
70	Sigmaringen	180	93721	64965	25	10474	16.1225

Mit zwei Ausnahmen umfassen alle Wahlkreise mehr als 100 Wahlbezirke. Die Zahl der Wahlberechtigten liegt in jedem Wahlkreis zwischen 86 und ca 125 Tausend.

8 The Bibliography

References

- [1] Christensen, R., Pearson, L.M., & Johnson, W. (1992), “Case deletion diagnostics for mixed models”, *Technometrics*, **34**, 38-45.
- [2] de Leeuw, J. (2008), “A horseshoe for multidimensional scaling”, Technical Report.
- [3] Dixon, W. J. (1950), “Analysis of extreme values”, *The Annals of Mathematical Statistics*, **21**, 488-506.
- [4] Enikopolov, R., Korovkin, V., Petrova, M. Sonin, K. & Zakharov, A. (2013), “Field experiment estimate of electoral fraud in Russian parliamentary elections”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **110** (2), 448-452.
- [5] Grubbs, F. E. (1969), “Procedures for detecting outlying observations in samples”, *Technometrics*, **11**, 1-21.
- [6] “CMAT: Extension of C Language: Matrix Algebra, Statistics, Nonlinear Optimization and Estimation”, Release 9, 2016, at <http://www.wcmat.com/cmat>.
- [7] Klimek, P., Yegorov, Y., Hanel, R., & Thurner, S. (2012), “Statistical detection of systematic election irregularities”, *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, **109** (41), 16469-16473.
- [8] Kobak, D., Shpilkin, S. & Pshenichnikov (2016), “Statistical fingerprints of electoral fraud”, at *significance.com*
- [9] Kruskal, J. B., Young, F. W. & Seery, J. B. (1978), “How to use KYST, a very flexible program to do multidimensional scaling and unfolding”; Technical Report, Murray Hill: Bell Laboratories.
- [10] McBane, G.C. (2006), “Programs to compute distribution functions and critical values for extreme value ratios for outlier detection”; *JSS*, 2006.
- [11] Rorabacher, D.B. (1991), “Statistical treatment for rejection of deviant values: Critical values of Dixon Q parameter and related subrange ratios at the 95 percent confidence level”, *Analytical Chemistry*, **63**, 139-146.
- [12] Rousseeuw, P.J. & Leroy, A.M. (1987), *Robust Regression and Outlier Detection*, New York: John Wiley & Sons.
- [13] Rousseeuw, P.R. & Van Driessen, K. (1999), “A fast algorithm for the Minimum Covariance Determinant estimator”, *Technometrics*, **41**, 212-223.
- [14] Rousseeuw, P.J. & Van Zomeren, B.C. (1990), “Unmasking Multivariate Outliers and Leverage Points”, *Journal of the American Statistical Association*, **85**, 633-639.
- [15] Sharkov, D. (2016), “Russia cancels election results after ballott stuffing”, *Newsweek*, September 22, 2016.

- [16] Statistisches Landesamt Baden-Württemberg, Stuttgart (2016), Datensätze für Wahlkreise und Wahlbezirke.
- [17] Thompson, R. (1985), "A note on restricted maximum likelihood estimation with an alternative outlier model"; *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser. B, **47**, 53-55.
- [18] Tukey, J.W. (1977b), *Exploratory Data Analysis*, Reading: Addison-Wesley.